ECONOMETRÍA

EJERCICIO 1 - RESUELTO

LA REALIZACIÓN Y EL ESTUDIO DE LA SOLUCIÓN DE ESTE EJERCICIO SE LLEVARÁN A CABO EN TODOS SUS ASPECTOS FUERA DE CLASE. EL CONTENIDO DE ESTE EJERCICIO ES IMPORTANTE Y PUEDE FORMAR PARTE DE ALGUNAS PREGUNTAS EN LOS EXÁMENES DE LA ASIGNATURA.

La "parte teórica" de las preguntas de este ejercicio (referida a la interpretación de los parámetros en varios modelos de regresión) se indica con el símbolo (T). La "parte práctica" (referida a la estimación y el uso de varios modelos de regresión con datos reales) se indica con el símbolo (P). En la Sección 11 de la guía *Introducción al Uso de EViews 4.1* se dan algunas indicaciones sobre cómo estimar con EViews modelos del estilo de los que se consideran en este ejercicio.

ENUNCIADO

Pregunta 1. Considere un modelo del tipo

$$SLRPH = \beta_1 + \beta_2 EDUC + \beta_3 EXLP + U, \qquad \text{[M1]}$$

donde $SLRPH$, $EDUC$ y $EXLP$ representan salario medio por hora trabajada, años de educación y años de experiencia laboral, respectivamente.

[i] (T) Explique qué representan los parámetros β_1, β_2 y β_3 en [M1], e indique qué signo esperaría que tuviese cada uno de ellos.

[ii] (P) Estime el modelo [M1] con los datos del archivo SC03-SALARIOS3.WF1. Comente tanto los signos como las magnitudes de las estimaciones $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$ y $\hat{\beta}_3$, y explique por qué **no** es especialmente relevante que $\hat{\beta}_1 < 0$.

Pregunta 2. Considere un modelo del tipo

$$\ln SLRPH = \beta_1 + \beta_2 EDUC + \beta_3 EXLP + \beta_4 EXLP^2 + U, \qquad \text{[M2]}$$

donde $SLRPH$, $EDUC$ y $EXLP$ representan lo mismo que en la pregunta anterior.

[i] (T) A partir de [M2], calcule la semielasticidad en % de $SLRPH$ con respecto a $EDUC$ (es decir, calcule $\%\Delta SLRPH$ cuando $\Delta EDUC = 1$ y $\Delta EXLP = \Delta U = 0$) y explique por qué es razonable esperar que $\beta_2 > 0$.

[ii] (T) A partir de [M2], calcule la semielasticidad en % de $SLRPH$ con respecto a $EXLP$ (es decir, calcule $\%\Delta SLRPH$ cuando $\Delta EXLP = 1$ y $\Delta EDUC = \Delta U = 0$), explique por qué es razonable suponer que $\beta_3 > 0$, e indique qué implicaría sobre dicha semielasticidad el que $\beta_4 < 0$.

[iii] (T) Suponiendo que $\beta_4 < 0$, calcule el valor $EXLP^*$ de $EXLP$ que maximiza el salario de un trabajador, e indique qué signo tiene la semielasticidad de

$SLRPH$ con respecto a $EXLP$ para valores de $EXLP$ menores, igual y mayores que $EXLP^*$.

[iv] (P) Estime el modelo [M2] con los datos del archivo SC03-SALARIOS3.WF1 y compruebe que $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$ y $\hat{\beta}_4$ tienen los signos considerados en [i]-[iii].

[v] (P) Calcule la estimación puntual de la semielasticidad en % de $SLRPH$ con respecto a $EDUC$. Comente el resultado obtenido.

[vi] (P) Calcule la estimación puntual de $EXLP^*$. Comente el resultado obtenido en relación con su respuesta al apartado [iii] anterior.

[vii] (P) Calcule las estimaciones puntuales de la semielasticidad en % de $SLRPH$ con respecto a $EXLP$ para trabajadores que pasan de 0 a 1 año de experiencia, de 1 a 2 años de experiencia, de 24 a 25 años de experiencia, y de 39 a 40 años de experiencia. Comente los resultados obtenidos.

Pregunta 3. Considere un modelo del tipo

$$\begin{aligned} \ln SLRPH &= \beta_1 + \beta_2 EDUC + \beta_3 EXLP + \beta_4 EXLP^2 \\ &\quad + \beta_5 (EDUC \times EXLP) + U, \end{aligned} \qquad \text{[M3]}$$

donde $SLRPH, EDUC$ y $EXLP$ representan lo mismo que en la pregunta anterior.

[i] (T) A partir de [M3], calcule la semielasticidad en % de $SLRPH$ con respecto a $EDUC$ (es decir, calcule $\%\Delta SLRPH$ cuando $\Delta EDUC = 1$ y $\Delta EXLP = \Delta U = 0$), explique por qué es razonable esperar que $\beta_2 > 0$, e indique qué implicaría sobre dicha semielasticidad el que $\beta_5 < 0$.

[ii] (T) Suponiendo que $\beta_2 > 0$ y $\beta_5 < 0$, indique para qué valores de $EXLP$ la semielasticidad de $SLRPH$ con respecto a $EDUC$ es positiva.

[iii] (T) A partir de [M3], calcule la semielasticidad en % de $SLRPH$ con respecto a $EXLP$ (es decir, calcule $\%\Delta SLRPH$ cuando $\Delta EXLP = 1$ y $\Delta EDUC = \Delta U = 0$), explique por qué es razonable suponer que $\beta_3 > 0$, e indique qué implicaría sobre dicha semielasticidad el que $\beta_4 < 0$ y $\beta_5 < 0$.

[iv] (T) Suponiendo que $\beta_4 < 0$, calcule el valor $EXLP^{**}$ de $EXLP$ que maximiza el salario de un trabajador.

[v] (P) Estime el modelo [M3] con los datos del archivo SC03-SALARIOS3.WF1 y compruebe que $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, $\hat{\beta}_4$ y $\hat{\beta}_5$ tienen los signos considerados en [i]-[iii].

[vi] (P) Calcule las estimaciones puntuales de la semielasticidad en % de $SLRPH$ con respecto a $EDUC$ para trabajadores sin experiencia, con 5 años de experiencia, con 25 años de experiencia, y con 40 años de experiencia. Estime

los años de experiencia a partir de los cuales esta semielasticidad es negativa. Comente los resultados obtenidos.

[vii] (P) Calcule las estimaciones puntuales de $EXLP^{**}$ para trabajadores sin educación, con 12 años de educación, y con 18 años de educación. Comente los resultados obtenidos.

Pregunta 4. Considere un modelo del tipo

$$CIGS = \beta_1 + \beta_2 \ln INGR + \beta_3 \ln PREC + \beta_4 EDUC + \beta_5 EDAD + \beta_6 EDAD^2 + U\,, \qquad \text{[M4]}$$

donde $CIGS, INGR, PREC, EDUC$ y $EDAD$ representan consumo de cigarrillos al día, ingresos anuales, precio de los cigarrillos, años de educación y edad, respectivamente.

[i] (T) Explique el significado de los parámetros β_2, β_3 y β_4 en [M4] e indique qué signo esperaría que tuviese cada uno de ellos.

[ii] (T) A partir de [M4], calcule el efecto parcial de la edad sobre el consumo diario de cigarrillos y explique qué implicaría sobre dicho efecto el hecho de que $\beta_5 > 0$ y $\beta_6 < 0$.

[iii] (P) Estime el modelo [M4] con los datos del archivo SC06-CIGARRILLOS.WF1 y compruebe que $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, $\hat{\beta}_4$, $\hat{\beta}_5$ y $\hat{\beta}_6$ tienen los signos considerados en [i]-[ii].

[iv] (P) Calcule las estimaciones de los efectos parciales sobre el consumo diario de cigarrillos derivados de un aumento del 100% en los ingresos y de un aumento del 100% en el precio de los cigarrillos. Explique si dichas estimaciones son significativas desde un punto de vista práctico.

[v] (P) Calcule la estimación de la edad a partir de la cual el consumo diario de cigarrillos decrece con los años.

SOLUCIÓN

Pregunta 1:

[i] $$\beta_1 = \beta_1 + \beta_2 EDUC + \beta_3 EXLP \text{ cuando } EDUC = EXLP = 0. \qquad [1]$$

$$\beta_2 = \frac{\partial SLRPH}{\partial EDUC} = \Delta SLRPH \text{ si } \Delta EDUC = 1,\ \Delta EXLP = \Delta U = 0. \qquad [2]$$

$$\beta_3 = \frac{\partial SLRPH}{\partial EXLP} = \Delta SLRPH \text{ si } \Delta EXLP = 1,\ \Delta EDUC = \Delta U = 0. \qquad [3]$$

Cabe esperar que los tres parámetros sean no negativos.

[ii]

TABLA 1

	Dependent Variable: SLRPH Method: Least Squares Sample: 1 526 Included observations: 526				
	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
β_1	C	−3.390540	0.766566	−4.423023	0.0000
β_2	EDUC	0.644272	0.053806	11.97397	0.0000
β_3	EXLP	0.070095	0.010978	6.385291	0.0000
	R-squared	0.225162	Sum squared resid		3.257044
	Adjusted R-squared	0.222199	S.D. dependent var		3.693086

$\hat{\beta}_2 > 0$, $\hat{\beta}_3 > 0$, $\hat{\beta}_2 > \hat{\beta}_3$; $\hat{\beta}_1 < 0$ no es relevante porque en la muestra empleada no hay trabajadores con $EDUC = EXLP = 0$.

Pregunta 2:

[M2] $\Rightarrow$ $$SLRPH = \exp\left[\,\beta_1 + \beta_2 EDUC + \beta_3 EXLP + \beta_4 EXLP^2 + U\,\right].$$

[i] $$\frac{\partial SLRPH}{\partial EDUC} = \beta_2 \times SLRPH \Rightarrow$$
$$\%\Delta SLRPH \approx 100\beta_2 \text{ si } \Delta EDUC = 1, \Delta EXLP = \Delta U = 0. \qquad [4]$$

$\beta_2 > 0 \Rightarrow$ la semielasticidad es positiva.

[ii] $$\frac{\partial SLRPH}{\partial EXLP} = (\beta_3 + 2\beta_4 EXLP) \times SLRPH \Rightarrow$$
$$\%\Delta SLRPH \approx 100(\beta_3 + 2\beta_4 EXLP) \text{ si } \Delta EXLP = 1, \Delta EDUC = \Delta U = 0. \qquad [5]$$

$\beta_3 > 0 \Rightarrow$ la semielasticidad cuando $EXLP = 0$ es positiva ($100\beta_3 > 0$). $\beta_4 < 0$ $\Rightarrow$ la semielasticidad disminuye con $EXLP$.

[iii] Maximizar $SLRPH \Leftrightarrow$ Maximizar $\ln SLRPH$:

$$[\text{M2}] \Rightarrow \quad \frac{\partial \ln SLRPH}{\partial EXLP} = 0 \Rightarrow \beta_3 + 2\beta_4 EXLP^* = 0 \Rightarrow EXLP^* = -\frac{\beta_3}{2\beta_4} > 0, \qquad [6]$$

$$\text{con } \frac{\partial^2 \ln SLRPH}{\partial EXLP^2} = 2\beta_4 < 0 \ \text{(máximo)}.$$

$$[5]\text{-}[6] \Rightarrow \qquad EXLP \underset{>}{\overset{<}{=}} -\frac{\beta_3}{2\beta_4} \Rightarrow 100(\beta_3 + 2\beta_4 EXLP) \underset{<}{\overset{>}{=}} 0. \qquad [7]$$

[iv]

TABLA 2

Dependent Variable: LOG(SLRPH)
Method: Least Squares
Sample: 1 526
Included observations: 526

	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
β_1	C	0.127998	0.105932	1.208296	0.2275
β_2	EDUC	0.090366	0.007468	12.10041	0.0000
β_3	EXLP	0.041009	0.005197	7.891606	0.0000
β_4	EXLP^2	−0.000714	0.000116	−6.163888	0.0000

R-squared	0.300273	Sum squared resid	103.7904
Adjusted R-squared	0.296251	S.D. dependent var	0.531538

$\hat{\beta}_2 > 0,\ \hat{\beta}_3 > 0\ (\hat{\beta}_2 > \hat{\beta}_3),\ \hat{\beta}_4 < 0$.

[v]
$$100 \times \hat{\beta}_2 = 9.04\%.$$

[vi]
$$\hat{EXLP}^* = -\frac{\hat{\beta}_3}{2\hat{\beta}_4} = 28.7 \ \text{años}.$$

[vii]
$$100 \times (0.041009 - 0.001428 \times EXLP)\%,$$

lo que proporciona las estimaciones siguientes de la semielasticidad del salario con respecto a cada año de experiencia adicional: (i) 4.10% al pasar de 0 a 1 año, (ii) 3.96% al pasar de 1 a 2 años, (iii) 0.66% al pasar de 24 a 25 años, y (iv) −1.46% (negativa) al pasar de 39 a 40 años.

Pregunta 3:

$$[\text{M3}] \Rightarrow \quad SLRPH = \exp\left[\, \beta_1 + \beta_2 EDUC + \beta_3 EXLP + \beta_4 EXLP^2 + \beta_5 (EDUC \times EXLP) + U \,\right].$$

[i]-[ii]
$$\frac{\partial SLRPH}{\partial EDUC} = (\beta_2 + \beta_5 EXLP) \times SLRPH \Rightarrow$$
$$\%\Delta SLRPH \approx 100(\beta_2 + \beta_5 EXLP) \text{ si } \Delta EDUC = 1, \Delta EXLP = \Delta U = 0. \qquad [8]$$

$\beta_2 > 0 \Rightarrow$ la semielasticidad cuando $EXLP = 0$ es positiva ($100\beta_2 > 0$). Además, la semielasticidad:

➪ decrece (crece) con *EXLP* si $\beta_5 < 0$ ($\beta_5 > 0$),

➪ no depende de *EXLP* si $\beta_5 = 0$,

➪ si $\beta_2 > 0$ y $\beta_5 < 0$, es positiva siempre que $EXLP < -\beta_2/\beta_5$. [9]

[iii]

$$\frac{\partial SLRPH}{\partial EXLP} = (\beta_3 + 2\beta_4 EXLP + \beta_5 EDUC) \times SLRPH \Rightarrow$$

$$\%\Delta SLRPH \approx 100(\beta_3 + 2\beta_4 EXLP + \beta_5 EDUC) \qquad [10]$$

$$\text{si } \Delta EXLP = 1, \Delta EDUC = \Delta U = 0.$$

$\beta_3 > 0 \Rightarrow$ la semielasticidad cuando $EXLP = EDUC = 0$ es positiva ($100\beta_3 > 0$). Además, la semielasticidad:

➪ disminuye con *EXLP* si $\beta_4 < 0$,

➪ decrece (crece) con *EDUC* si $\beta_5 < 0$ ($\beta_5 > 0$),

➪ no depende de *EDUC* si $\beta_5 = 0$,

[iv] Maximizar *SLRPH* $\Leftrightarrow$ Maximizar ln *SLRPH* :

[M3] $\Rightarrow$

$$\frac{\partial \ln SLRPH}{\partial EXLP} = 0 \Rightarrow \beta_3 + 2\beta_4 EXLP^{**} + \beta_5 EDUC = 0 \Rightarrow$$

$$EXLP^{**} = -\frac{1}{2\beta_4}(\beta_3 + \beta_5 EDUC), \qquad [11]$$

$$\text{con } \frac{\partial^2 \ln SLRPH}{\partial EXLP^2} = 2\beta_4 < 0 \text{ (máximo).}$$

$\beta_3 > 0,\ \beta_4 < 0,\ \beta_5 < 0 \Rightarrow EXLP^{**}$ disminuye con *EDUC* y toma valores positivos siempre que $EDUC < -\beta_3/\beta_5$. [12]

[v]

TABLA 3

Dependent Variable: LOG(SLRPH)
Method: Least Squares
Sample: 1 526
Included observations: 526

	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
β_1	C	-0.232848	0.170549	-1.365283	0.1728
β_2	EDUC	0.117094	0.012404	9.440042	0.0000
β_3	EXLP	0.061530	0.009214	6.678069	0.0000
β_4	EXLP^2	−0.000820	0.000122	−6.738743	0.0000
β_5	EDUC * EXLP	−0.001351	0.000502	−2.689742	0.0074

R-squared	0.309856	Sum squared resid	102.3689
Adjusted R-squared	0.304558	S.D. dependent var	0.531538

$\hat\beta_2 > 0,\ \hat\beta_3 > 0\ (\hat\beta_2 > \hat\beta_3),\ \hat\beta_4 < 0,\ \hat\beta_5 < 0$.

En relación con [9]: $-\hat\beta_2/\hat\beta_5 = 86.7$. En relación con [12]: $-\hat\beta_3/\hat\beta_5 = 45.5$.

[vi] $$100 \times (0.117094 - 0.001351 \times EXLP)\%,$$

por lo que la semielasticidad del salario con respecto a cada año de educación adicional disminuye con los años de experiencia: (i) 11.71% ($EXLP = 0$), (ii) 11.03% ($EXLP = 5$), (iii) 8.33% ($EXLP = 25$), y (iv) 6.31% ($EXLP = 40$). Se estima que la semielasticidad es positiva siempre que $EXLP < -\hat{\beta}_2/\hat{\beta}_5 = 86.7$ años [9] (en la práctica, a todos los efectos).

[vii] $$\hat{EXLP}^{**} = -\frac{1}{2\times(-0.00082)} \times (0.06153 - 0.001351 \times EDUC) \text{ años},$$

lo que proporciona (i) 37.5 ($EDUC = 0$), (ii) 27.6 ($EDUC = 12$), y (iii) 22.7 ($EDUC = 18$). Se estima que $EXLP^{**} > 0$ siempre que $EDUC < -\hat{\beta}_3/\hat{\beta}_5 = 45.5$ años [12] (en la práctica, a todos los efectos).

Pregunta 4:

[i] $$\begin{aligned} \frac{\partial CIGS}{\partial INGR} &= \beta_2 \times \frac{1}{INGR} \Rightarrow \frac{\beta_2}{100} \approx \Delta CIGS \text{ si } \%\Delta INGR = 1\%, \\ \frac{\partial CIGS}{\partial PREC} &= \beta_3 \times \frac{1}{PREC} \Rightarrow \frac{\beta_3}{100} \approx \Delta CIGS \text{ si } \%\Delta PREC = 1\%, \\ \frac{\partial CIGS}{\partial EDUC} &= \beta_4 \Rightarrow \beta_4 = \Delta CIGS \text{ si } \Delta EDUC = 1, \end{aligned} \qquad [13]$$

"ceteris paribus" en todos los casos; cabe esperar que $\beta_2 > 0$, $\beta_3 < 0$ y $\beta_4 < 0$.

[ii] $$\frac{\partial CIGS}{\partial EDAD} = \beta_5 + 2\beta_6 EDAD \Rightarrow$$
$$\Delta CIGS \approx \beta_5 + 2\beta_6 EDAD \text{ si } \Delta EDAD = 1, \qquad [14]$$

"ceteris paribus". $\beta_5 > 0$ y $\beta_6 < 0$ $\Rightarrow$ el efecto parcial de la edad es decreciente:

$$EDAD \underset{>}{\overset{<}{=}} -\frac{\beta_5}{2\beta_6} \Rightarrow \beta_5 + 2\beta_6 EDAD \underset{<}{\overset{>}{=}} 0. \qquad [15]$$

[iii]

TABLA 4

Dependent Variable: CIGS
Method: Least Squares
Sample: 1 807
Included observations: 807

	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
β_1	C	5.368795	23.89722	0.224662	0.8223
β_2	LOG(INGR)	0.758292	0.728668	1.040655	0.2983
β_3	LOG(PREC)	−2.853163	5.733183	−0.497658	0.6189
β_4	EDUC	−0.514142	0.167571	−3.068205	0.0022
β_5	EDAD	0.780635	0.160619	4.860172	0.0000
β_6	EDAD^2	−0.009106	0.001749	−5.207222	0.0000
	R-squared	0.045092	Sum squared resid		144910.9
	Adjusted R-squared	0.039131	S.D. dependent var		13.72152

[iv] $$\%\Delta INGR = 100\% \Rightarrow \hat{\Delta} CIGS \approx \frac{\hat{\beta}_2}{100} \times 100 = \hat{\beta}_2 = 0.76 \text{ cigarrillos,}$$

$$\%\Delta PREC = 100\% \Rightarrow \hat{\Delta} CIGS \approx \frac{\hat{\beta}_3}{100} \times 100 = \hat{\beta}_3 = -2.85 \text{ cigarrillos.}$$

La reducción provocada por el aumento en el precio parece más significativa que el aumento provocado por el aumento en los ingresos. No obstante, los efectos parciales estimados son muy pequeños en comparación con las variaciones consideradas tanto en los ingresos como en el precio (un 100%).

[v] $$[15] \Rightarrow -\frac{\hat{\beta}_5}{2\hat{\beta}_6} = -\frac{0.780635}{2 \times (-0.009106)} \approx 43 \text{ años.}$$