# ECONOMETRÍA

JOSÉ ALBERTO MAURICIO

4

## REGRESIÓN CON SERIES TEMPORALES

### 4.3 REGRESIÓN CON SERIES NO ESTACIONARIAS

Departamento de Análisis Económico y Economía Cuantitativa
Universidad Complutense de Madrid

EctrGr-JAM-4-3.pdf



ucm.randomshock.com/ectrgr

Versión 2.4 - Enero 2024

**REQUISITOS**

En esta Sección 4.3 se suponen bien conocidos [1] los aspectos teóricos y prácticos del Análisis de Regresión Lineal cubiertos en los Temas 1 - 3 y en las Secciones 4.1 - 4.2 del Tema 4, y [2] todos los procedimientos descritos en las Secciones 1 - 18 de la guía *Introducción al Uso de EViews 4.1*.

**BIBLIOGRAFÍA PARA LA SECCIÓN 4.3**

Hill, Griffiths, Lim (2018): Capítulo 12.
Wooldridge (2020): Capítulo 18.

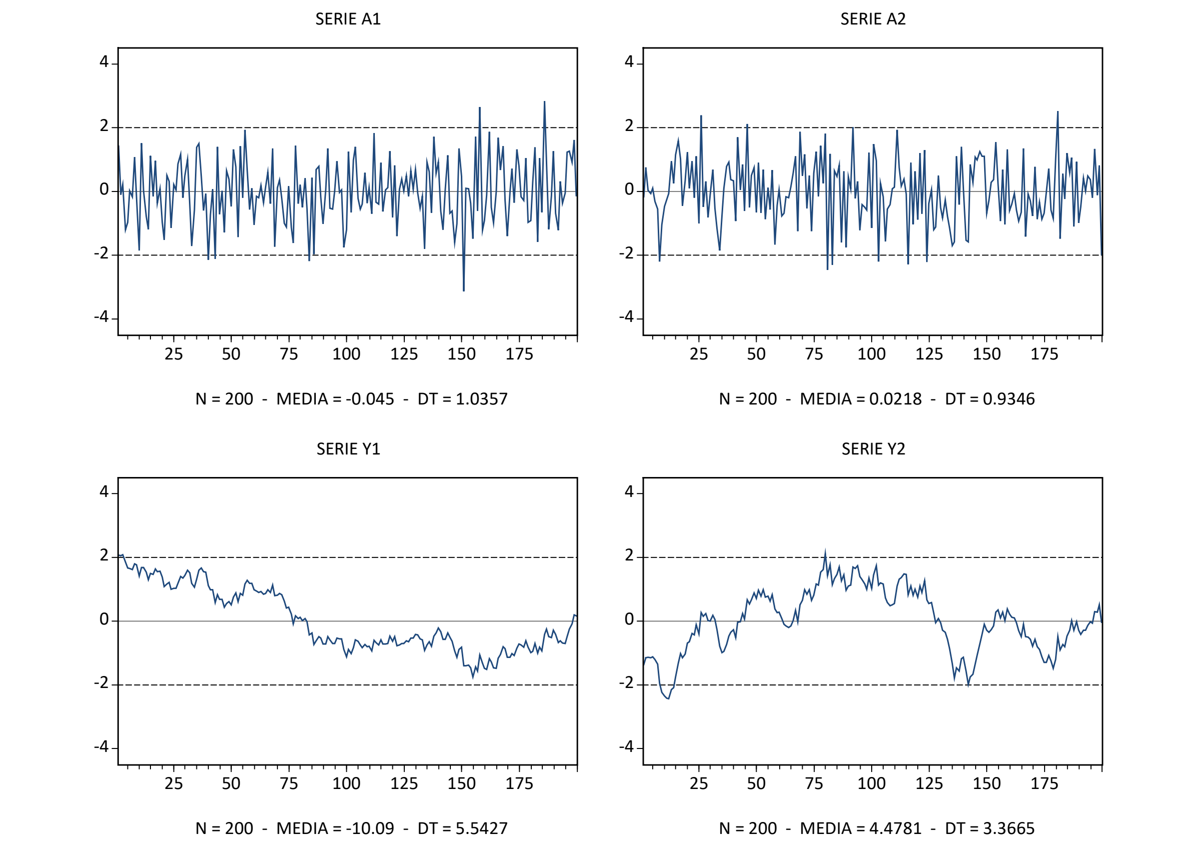
## PARTE 1 - INTRODUCCIÓN

El único tipo de no estacionariedad que se considera en esta sección es el que permite convertir a una serie no estacionaria en estacionaria aplicándole un número adecuado $d \geq 1$ de diferencias regulares. Por lo tanto, en esta sección se supone implícitamente que si una serie requiere alguna transformación de Box-Cox (típicamente un logaritmo) o una diferencia estacional (o ambas cosas) para hacerla estacionaria, dichas transformaciones ya han sido aplicadas previamente. Cuando una serie no estacionaria sólo requiere $d \geq 1$ diferencias regulares para hacerla estacionaria, suele decirse que dicha serie es una serie **integrada** de orden $d$, o $\mathrm{I}(d)$ [también suele decirse que una serie estacionaria es una serie integrada de orden 0, o I(0)]. Esta terminología se utiliza con mucha frecuencia en el análisis de series temporales **cointegradas**.

## PARTE 2 - REGRESIÓN ESPURIA

El problema principal en un análisis de regresión con series no estacionarias reside en la posibilidad de obtener resultados significativos al estimar relaciones entre series que en realidad no están relacionadas en absoluto. Dichas relaciones estimadas, que son tan sólo aparentes, se denominan **relaciones espurias** porque carecen de autenticidad.

**FIGURA 1**
Series Simuladas Independientes Estacionarias e Integradas de Orden 1
ST12-ESPUR.WF1



**Observación:** Las series A1 y A2 de la Figura 1 se han obtenido a partir de una serie $a_1, a_2, ..., a_{400}$ de 400 números aleatorios independientes procedentes cada uno de ellos de una distribución Normal(0,1):

$$a_{t1} = a_t, \quad a_{t2} = a_{200+t} \quad (t = 1, 2, ..., 200).$$

Una serie de observaciones independientes con media cero (constante) y varianza constante (aunque no necesariamente igual a 1) es una serie estacionaria de tipo **ruido blanco**. Las series Y1 e Y2 de la Figura 1 se han generado de la manera siguiente:

$$y_{11} = a_{11}, \quad y_{21} = a_{11} + a_{21}, \quad y_{31} = a_{11} + a_{21} + a_{31}, ... \Rightarrow y_{t1} = \textstyle\sum_{i=1}^{t} a_{i1} \quad (t = 1, 2, ..., 200),$$

$$y_{12} = a_{12}, \quad y_{22} = a_{12} + a_{22}, \quad y_{32} = a_{12} + a_{22} + a_{32}, ... \Rightarrow y_{t2} = \textstyle\sum_{i=1}^{t} a_{i2} \quad (t = 1, 2, ..., 200).$$

De manera equivalente,

$$y_{11} = a_{11}, \quad y_{t1} = y_{t-1,1} + a_{t1} \quad (t = 2, ..., 200),$$

$$y_{12} = a_{12}, \quad y_{t2} = y_{t-1,2} + a_{t2} \quad (t = 2, ..., 200),$$

lo que implica que

$$\nabla y_{t1} = y_{t1} - y_{t-1,1} = a_{t1}, \quad \nabla y_{t2} = y_{t2} - y_{t-1,2} = a_{t2}.$$

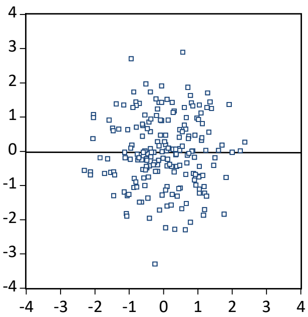
Una serie de observaciones cuya primera diferencia regular es una serie de tipo ruido blanco (estacionaria) es una serie I(1) (no estacionaria) de tipo **paseo aleatorio**. En resumen, (1) A1 y A2 son series estacionarias e independientes, y (2) Y1 e Y2 son series I(1) (no estacionarias) e independientes.

## Modelos RLS Estimados con las Series de la Figura 1

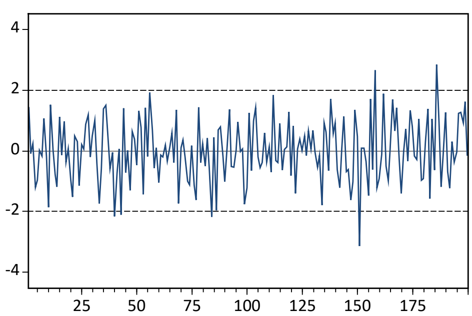
$$\begin{array}{ccccccc} a_{t1} & = & -0.0457 & - & 0.0021 a_{t2} & + & \hat{u}_t, \\ & & (0.0734) & & (0.0788) & & \\ & & [0.5430] & & [0.9788] & & \end{array}$$

$$N = 200, \quad \hat{\sigma} = 1.0383, \quad R^2 = 0.0000.$$

RLS A1 SOBRE A2



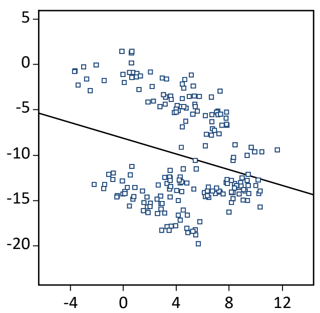
RESIDUOS



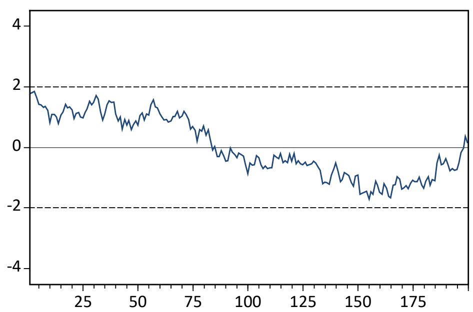
$$\begin{array}{ccccccc} y_{t1} & = & -8.1511 & - & 0.4331 y_{t2} & + & \hat{u}_t, \\ & & (0.6319) & & (0.1129) & & \\ & & [0.0000] & & [0.0002] & & \end{array}$$

$$N = 200, \quad \hat{\sigma} = 5.3610, \quad R^2 = 0.0692.$$

RLS Y1 SOBRE Y2



RESIDUOS



En cualquier modelo de regresión estimado con series no estacionarias, el hecho de que los residuos sean también no estacionarios constituye el síntoma más claro de que la relación estimada es seguramente una relación espuria. La explicación está en que el modelo estimado no recoge la característica fundamental de la variable dependiente, que es su carácter no estacionario, por lo que dicho modelo no resume adecuadamente la información que contienen los datos y cualquier consecuencia extraída de él es seguramente errónea.

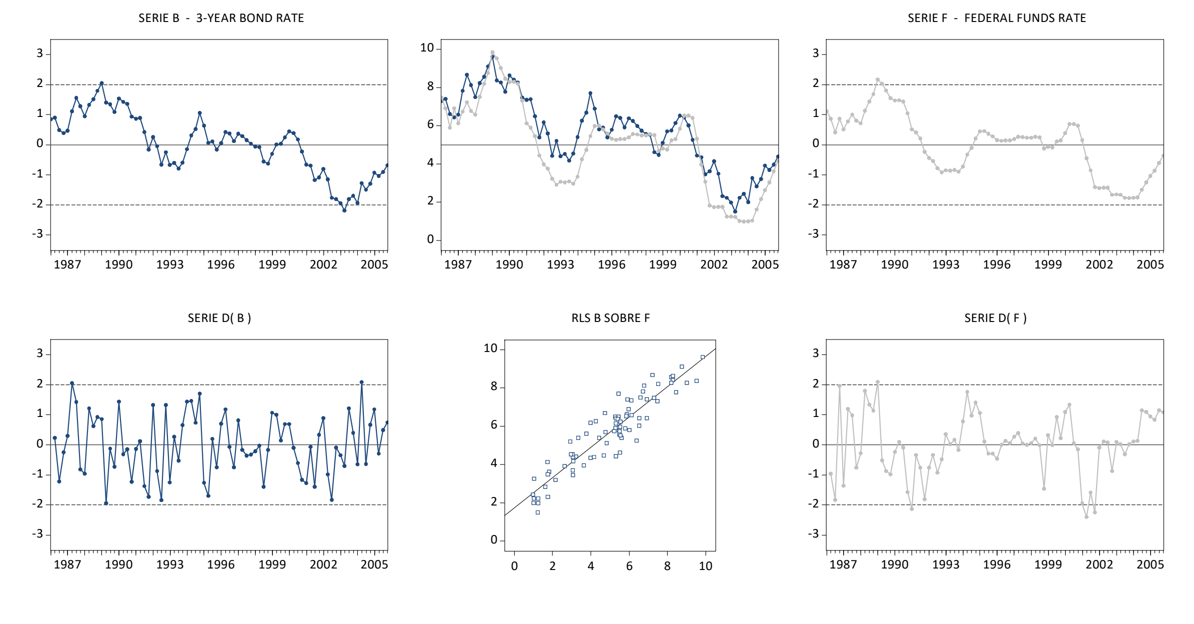
## PARTE 3 - COINTEGRACIÓN

Como regla general, en un análisis de regresión no se debe utilizar directamente series no estacionarias para evitar el problema de la regresión espuria. Lo recomendable en este caso es transformar primero las series no estacionarias consideradas para hacerlas estacionarias, y proceder después como en el caso del análisis de regresión con series estacionarias.

No obstante, existe una excepción importante a esta regla: el caso en el que las **series no estacionarias** consideradas están **cointegradas**.

Se dice que dos series temporales I(1) (no estacionarias) están cointegradas cuando existe una **combinación lineal** de dichas series que es I(0) (estacionaria). Por lo tanto, aunque existen opciones más formales, una manera muy sencilla de comprobar si dos series $y_t$ y $x_t$ de tipo I(1) están cointegradas consiste en comprobar gráficamente si los **residuos** de una RLS con dichas series ($\hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t$) son **estacionarios**.

**FIGURA 2**
Series I(1) Cointegradas
ST13-COINT.WF1



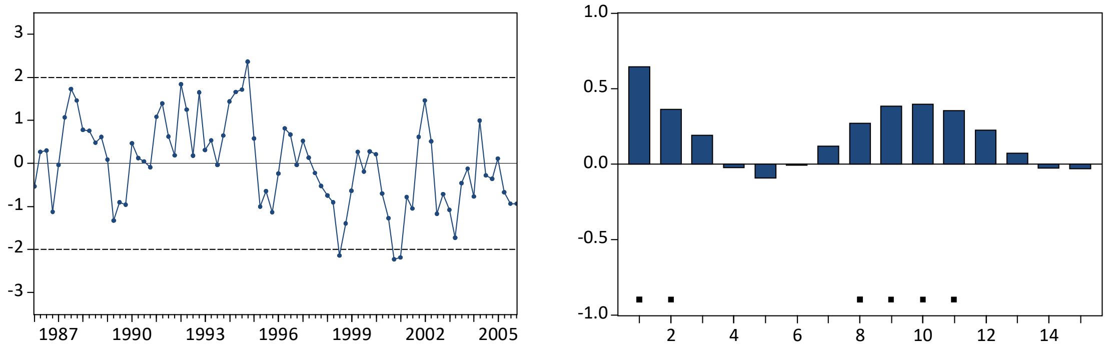

De manera equivalente, dos series I(1) están cointegradas cuando tienen **tendencias semejantes** y nunca se alejan de manera persistente (tan sólo de forma transitoria) la una de la otra, o cuando dichas series están sujetas a una **relación estable o de equilibrio**.

Modelo RLS Estimado con las Series de la Figura 2

$$
\begin{array}{ccccccc}
b_t & = & 1.7487 & + & 0.7916 f_t & + & \hat{u}_t\,, \\
 & & (0.1914) & & (0.0352) & & \\
 & & [0.0000] & & [0.0000] & &
\end{array}
$$

$$N = 80,\ \ \hat{\sigma} = 0.7014,\ \ \bar{R}^2 = 0.8650,\ \ BG_1 = 33.0834\ \ [0.0000].$$

RESIDUOS




N = 80 - MEDIA = 0.0000 - DT = 0.6969

AUTOCORRELACIONES ( 5% )

## PARTE 4 - REGRESIÓN CON SERIES COINTEGRADAS

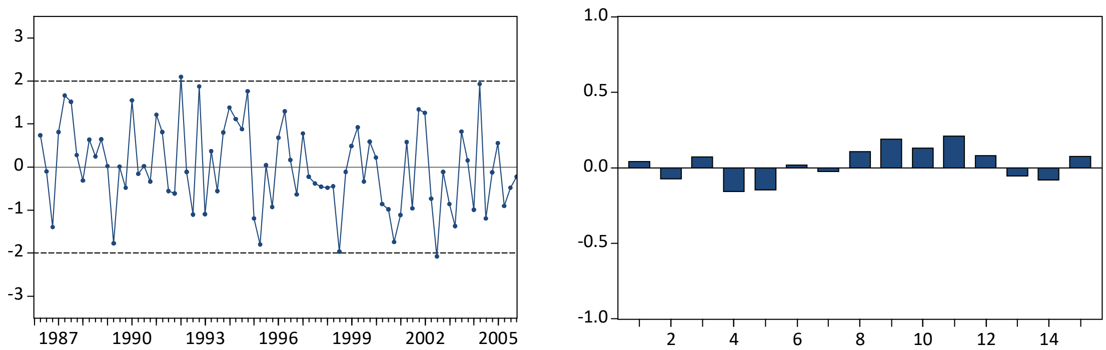
Todo lo expuesto en la Sección 4.2 sobre regresión con series estacionarias es aplicable también al caso del análisis de regresión con series no estacionarias cointegradas.

Modelo ADL(1,1) Estimado con las Series de la Figura 2

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
b_t & = & 0.5954 & + & 0.6972 b_{t-1} & + & 0.6234 f_t & - & 0.3986 f_{t-1} & + & \hat{u}_t\,, \\
 & & (0.2210) & & (0.0966) & & (0.1263) & & (0.1169) & & \\
 & & [0.0087] & & [0.0000] & & [0.0000] & & [0.0000] & &
\end{array}
$$

$$N = 79,\ \ \hat{\sigma} = 0.5411,\ \ \bar{R}^2 = 0.9199,\ \ BG_1 = 0.2834\ \ [0.5945].$$

RESIDUOS




N = 79 - MEDIA = 0.0000 - DT = 0.5305

AUTOCORRELACIONES ( 5% )

## PARTE 5 - RESUMEN

➪ **Series Estacionarias, o No Estacionarias Cointegradas:** En un análisis de regresión con las series originales (sin diferenciar), **no** existe el riesgo de encontrar relaciones espurias. En este caso, se debe utilizar las series sin diferenciar en el análisis de regresión que se pretenda llevar a cabo [por ejemplo, estimar varios modelos ADL y seleccionar, entre aquellos cuyos residuos no presenten autocorrelación, el que mejor ajuste proporcione; con frecuencia, un modelo ADL(1,1) es suficiente].

➪ **Series No Estacionarias No Cointegradas:** En un análisis de regresión con las series originales (sin diferenciar), **sí** existe el riesgo de encontrar relaciones espurias. En este caso, se debe diferenciar primero las series originales para hacerlas estacionarias, y utilizar las series estacionarias en el análisis de regresión que se pretenda llevar a cabo.