ECONOMETRÍA

JOSÉ ALBERTO MAURICIO

4

REGRESIÓN CON SERIES TEMPORALES

4.1 SERIES TEMPORALES - TRANSFORMACIONES

Departamento de Análisis Económico y Economía Cuantitativa
Universidad Complutense de Madrid

EctrGr-JAM-4-1.pdf

Copyright © 2022 - 2024 J.A.M.

ucm.randomshock.com/ectrgr

Versión 2.4 - Enero 2024

REQUISITOS

A lo largo de todo el Tema 4 se suponen bien conocidos [1] los aspectos teóricos y prácticos del Análisis de Regresión Lineal cubiertos en los Temas 1 - 3, y [2] todos los procedimientos descritos en las Secciones 1 - 16 de la guía *Introducción al Uso de EViews 4.1*.

BIBLIOGRAFÍA PARA TODO EL TEMA 4

Hill, Griffiths, Lim (2018): Capítulos 9 y 12.
Wooldridge (2020): Capítulos 10 - 12 y 18.

Secciones 17 - 18 de la guía *Introducción al Uso de EViews 4.1*.

En adelante IEV41 ...

PARTE 1 - INTRODUCCIÓN

Una **serie temporal** es una secuencia de datos ordenados cronológicamente sobre una única característica (serie **univariante**) o sobre varias características (serie **multivariante**) de una única entidad observable en diferentes momentos.

La Tabla 1 está organizada de manera que cada fila se refiere a una fecha (un año) y cada columna a una característica (volumen de ventas y gasto en publicidad) de la entidad observada (una empresa). A diferencia de lo que suele ocurrir con una sección cruzada, el orden en el que figuran los datos en una serie temporal es crucial para detectar posibles inercias o dinámicas en la evolución de las características a las que se refieren los datos.

TABLA 1

Datos sobre Ventas y Gasto en Publicidad Anuales de la Empresa
Lydia E. Pinkham's Medicine Co. desde 1907 hasta 1960

ST01-PINKHAM.WF1

Número de Observación	Fecha (año)	Volumen de Ventas (miles de dólares)	Gasto en Publicidad (miles de dólares)
1	1907	1016	608
2	1908	921	451
3	1909	934	529
⋮	⋮	⋮	⋮
53	1959	1387	644
54	1960	1289	564

Una serie temporal está asociada con un período muestral que es sólo una parte de la historia de la entidad considerada. En este sentido, una serie temporal suele interpretarse como una **muestra ordenada** (no aleatoria) extraída de un **proceso estocástico** (desarrollo histórico) bien definido. Si las circunstancias sociales o naturales del período muestral al que se refiere la serie temporal considerada se mantienen relativamente estables después de dicho período, entonces puede esperarse que las conclusiones obtenidas del análisis de dicha serie sean aplicables también a momentos posteriores, al menos a corto plazo.

El análisis regresión con series temporales permite investigar posibles **relaciones dinámicas** entre variables examinando las variaciones recogidas en los datos entre momentos consecutivos de la historia de una entidad observable. Adicionalmente, el análisis de series temporales se emplea con mucha frecuencia para **prever** la evolución futura de variables económicas, financieras y de muchos otros tipos.

PARTE 2 - REPRESENTACIONES DE SERIES UNIVARIANTES

Una serie temporal univariante (como cualquiera de las dos series individuales consideradas en la Tabla 1) suele representarse simbólicamente como $y_1, y_2, ..., y_N$, $\mathbf{y} = [y_1, y_2, ..., y_N]'$ (un vector columna), $(y_t)_{t=1}^{N}$, o como y_t $(t = 1, ..., N)$, donde y_t es la observación número t $(1 \leq t \leq N)$ de la serie, y N es el número de observaciones de que consta la serie completa (su tamaño o longitud). En la Figura 1 (P.7) están representadas gráficamente algunas series temporales univariantes de los tipos considerados en la Tabla 2 (P.3).

SERIES Y GRÁFICOS ESTANDARIZADOS

IEV41: Sección 17 pp. 66-70.

Serie Original:

$$y_t \quad (t = 1, 2, ..., N)\text{: } y_1\,, y_{2,} ..., y_N\,, \text{ con}$$

$$\bar{y} = \tfrac{1}{N}\textstyle\sum_{t=1}^{N} y_t\,, \quad s_y = \sqrt{\tfrac{1}{N}\textstyle\sum_{t=1}^{N}(y_t - \bar{y})^2}\,.$$

Serie Estandarizada:

$$y_t^* = \frac{y_t - \bar{y}}{s_y} \quad (t = 1, 2, ..., N)\text{: } y_1^*\,, y_2^*\,, ..., y_N^*\,, \text{ con}$$

$$\bar{y}^* = 0,\ \ s_y^* = 1.$$

Una serie estandarizada carece de unidades de medida. Por lo tanto, dos o más series estandarizadas están expresadas siempre en la misma escala, lo que las hace perfectamente comparables entre sí (en especial, gráficamente) con independencia de las unidades de medida de las series originales.

En el eje vertical de un gráfico estandarizado, los valores $\bar{y}^* \pm a \times s_y^* = \pm a$ para cualquier $a \geq 0$ indican valores de la serie original iguales a $\bar{y} \pm a \times s_y$. Por ejemplo, en cada gráfico de la Figura 1 (P.7) la línea horizontal continua en 0 indica valores originales de y_t iguales a $\bar{y}$, y las líneas horizontales discontinuas en 2 y -2 indican valores originales de y_t iguales a $\bar{y} \pm 2 \times s_y$. Los valores calculados de la media y la desviación típica muestrales de y_t suelen incluirse en la parte inferior del gráfico estandarizado correspondiente, como en la Figura 1 con las etiquetas MEDIA ($\bar{y}$) y DT (s_y).

PARTE 3 - SERIES ESTACIONARIAS Y SERIES NO ESTACIONARIAS

Una serie es **estacionaria en media** cuando su evolución presenta un **nivel medio** general que es **constante**.

Una serie es **estacionaria en varianza** cuando es estacionaria en media y, además, su evolución presenta una **dispersión constante** alrededor de su nivel medio general.

Suele decirse que una serie es estacionaria (sin más calificativos) cuando lo es en varianza. Algunos términos asociados con la **estacionariedad** son **estabilidad**, **homogeneidad**, **equilibrio** y **ausencia de tendencia**.

Una serie temporal es **no estacionaria en media** cuando su nivel medio no es constante.

Una serie temporal es **no estacionaria en varianza** [i] cuando es no estacionaria en media, o bien [ii] cuando su dispersión alrededor de su nivel medio no es constante, o bien [iii] cuando se dan ambas circunstancias al mismo tiempo.

Los tipos de no estacionariedad más frecuentes son los que tienen que ver con el caso [i] (incluyendo la **estacionalidad**) y con el caso [iii] de la no estacionariedad en varianza (Tabla

TABLA 2 Tipos Frecuentes de No Estacionariedad			
Nivel Medio General	Estacionalidad	Dispersión No Constante	Dispersión Constante
No Constante	*No*	A	C
	Sí	B	D
Constante	*No*	F - Poco Frecuente	E - Estacionariedad
	Sí	G - Poco Frecuente	H

2). Suele decirse que una serie es no estacionaria (sin más calificativos) cuando no es estacionaria por un sólo motivo o por varios al mismo tiempo. Algunos términos asociados con la **no estacionariedad** son **inestabilidad**, **heterogeneidad**, **desequilibrio** y **tendencia**. Muchas series que son no estacionarias se pueden convertir en series estacionarias mediante la aplicación de algunas transformaciones sencillas.

PARTE 4 - TRANSFORMACIONES DE SERIES NO ESTACIONARIAS

4.1 Estabilización de la Dispersión - Transformación Logarítmica

Cuando la dispersión de una serie no estacionaria y_t no es constante porque su **dispersión local** es (aproximadamente) **proporcional** a su **nivel local**, la dispersión de la **serie transformada logarítmicamente**,

$$y'_t = \ln y_t\,, \qquad [1]$$

suele ser razonablemente estable (Figura 2 en P.8). La transformación logarítmica es un caso particular de la llamada **Transformación de Box-Cox**, cuya fórmula general suele escribirse como

$$y'_t = \frac{y_t^m - 1}{m}\,,\ \text{con } |m| \le 2. \qquad [2]$$

Dado que $\lim_{m\to 0}\left[\,(y_t^m - 1)\,/\,m\,\right] = \ln y_t$, $m = 0$ proporciona $y'_t = \ln y_t$ en [2]. Cuando $m \neq 0$, [2] suele escribirse simplemente como $y'_t = y_t^m$.

Aunque en la transformación de Box-Cox caben muchas otras posibilidades, con frecuencia la dispersión no constante de series de los tipos A y B en la Tabla 2 se puede estabilizar aplicando a dichas series una transformación logarítmica. Por lo tanto, la cuestión de cómo transformar una serie para estabilizar su dispersión se reduce, en muchos casos, a decidir si la serie requiere o no una transformación logarítmica, en función de la información que ofrecen su gráfico temporal y su **gráfico desviación típica-media** (Figura 2 en P.8).

4.2 Estabilización del Nivel Medio - Diferenciación Regular

Operador de Retardo: $By_t = y_{t-1}\,,\ B^2 y_t = y_{t-2}\,,\ \ldots,\ B^d y_t = y_{t-d}\,.$ [3]

Orden 1: $\nabla y_t = (1 - B)y_t = y_t - y_{t-1}\,,$ [4]

GRÁFICOS DESVIACIÓN TÍPICA - MEDIA

IEV41: Sección 17 pp. 70-71.

Un **gráfico desviación típica-media** de una serie y_t es la nube de puntos formada por las desviaciones típicas (dispersión) y las medias muestrales (nivel) locales de y_t en H tramos o grupos consecutivos de su historia de tamaños $N_1, N_2, ..., N_H$:

$$N \rightarrow \left[\begin{array}{lcc} N_1 : & \left[\begin{array}{c} y_1 \\ \vdots \end{array} \right] & \Rightarrow (s_1, \bar{y}_1), \\ N_2 : & \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \end{array} \right] & \Rightarrow (s_2, \bar{y}_2), \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ N_H : & \left[\begin{array}{c} \vdots \\ y_N \end{array} \right] & \Rightarrow (s_H, \bar{y}_H). \end{array} \right].$$

Por los mismos motivos que los mencionados en relación con el gráfico temporal estandarizado de y_t (unidades de medida, escala), es conveniente estandarizar las series de desviaciones típicas (s_i) y medias ($\bar{y}_i$) antes de representarlas en el gráfico (nube de puntos) correspondiente

La utilidad del gráfico desviación típica-media de y_t consiste en ayudar a identificar algún tipo de relación entre la dispersión local y el nivel local de y_t con el fin de transformar y_t para estabilizar su dispersión de acuerdo con las posibilidades teóricas que ofrece la transformación general de Box-Cox (en particular, la posibilidad que ofrece la transformación logarítmica cuando la dispersión local de una serie es proporcional a su nivel local).

Orden 2: $$\nabla^2 y_t = (1-B)^2 y_t = (1-2B+B^2)y_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}, \quad [5]$$

Orden d: $$\nabla^d y_t = (1-B)^d y_t. \quad [6]$$

En muchas ocasiones, el nivel medio general no constante de series de los tipos C y D en la Tabla 2 se puede transformar en un nivel medio general razonablemente estable aplicando a la serie correspondiente $d \geq 1$ diferencias regulares (en general, no más de 2). Una serie del tipo $\nabla^d y_t$ contiene d observaciones menos (al principio) que la serie y_t de la que procede (Figura 3 en P.9).

4.3 Desestacionalización - Diferenciación Estacional (Anual)

Periodo 12 (Mensual): $$\nabla_{12} y_t = (1-B^{12})y_t = y_t - y_{t-12}, \quad [7]$$

Periodo 4 (Trimestral): $$\nabla_4 y_t = (1-B^4)y_t = y_t - y_{t-4}. \quad [8]$$

Periodo S: $$\nabla_S y_t = (1-B^S)y_t = y_t - y_{t-S}\,. \qquad [9]$$

Muchas series estacionales de los tipos D y H en la Tabla 2 se pueden transformar en series sin estacionalidad aplicando a dichas series una única diferencia estacional. Una serie del tipo $\nabla_S y_t = (1-B^S)y_t = y_t - y_{t-S}$ contiene S observaciones menos (al principio) que la serie y_t de la que procede (Figura 4 en P.10).

4.4 Consideraciones Finales

Si una serie temporal y_t $(t = 1, ..., N)$ es no estacionaria por diversos motivos, entonces una serie transformada del tipo

$$w_t = \nabla^d \nabla_S^D y_t' \quad \text{(que consta de } n = N - d - DS \text{ observaciones)} \qquad [10]$$

puede ser razonablemente estacionaria si la transformación de Box-Cox (con frecuencia ninguna, o bien un logaritmo), el número d de diferencias regulares (en muchos casos 0, 1 ó 2), y el número D de diferencias estacionales o anuales (en muchos casos 0 ó 1) se escogen adecuadamente (Figura 5 en P.11).

TRANSFORMACIONES REQUERIDAS POR LAS SERIES DE LA FIGURA 1

IEV41: Sección 17 pp. 71-74.

Serie YTVGDP1 (Tipo E): No requiere ninguna transformación (serie estacionaria).

Serie EINF (Tipo C): $\nabla y_t = y_t - y_{t-1}$.

Serie IBEX35 (Tipo A): $\nabla \ln y_t = \ln y_t - \ln y_{t-1} = \ln \frac{y_t}{y_{t-1}}$.

Serie TEMP (Tipo H): $\nabla_{12} y_t = y_t - y_{t-12}$.

Serie TPARO (Tipo D): $\nabla^2 \nabla_4 y_t = \nabla^2 (y_t - y_{t-4})$.

Serie VIVIN (Tipo B): $\nabla \nabla_{12} \ln y_t = \nabla(\ln y_t - \ln y_{t-12}) = \nabla\left(\ln \frac{y_t}{y_{t-12}}\right)$.

La diferenciación regular y la diferenciación estacional son transformaciones conmutativas en el sentido de que el orden en el que se aplican sobre una serie es irrelevante (porque son transformaciones lineales). Sin embargo, cuando es necesaria, la transformación logarítmica (o, en general, cualquier transformación de Box-Cox) debe aplicarse siempre en primer lugar (antes de cualquier diferenciación), directamente sobre la serie original (porque cualquier transformación de Box-Cox, incluyendo la transformación logarítmica, es una transformación no lineal).

Dado que muchas series temporales requieren en la práctica una transformación logarítmica y algún tipo de diferenciación para hacerlas estacionarias, las series resultantes pueden interpretarse en términos de diferentes tasas logarítmicas de variación. Por ejemplo, si y_t es una serie mensual, entonces:

- $\nabla \ln y_t = \ln y_t - \ln y_{t-1} = \ln \frac{y_t}{y_{t-1}}$ es una tasa logarítmica de variación mensual.

- $\nabla_{12} \ln y_t = \ln y_t - \ln y_{t-12} = \ln \frac{y_t}{y_{t-12}}$ es una tasa logarítmica de variación interanual.
- $\nabla^2 \ln y_t = \nabla\nabla \ln y_t$ es una variación (absoluta) mensual de una tasa logarítmica de variación mensual.
- $\nabla\nabla_{12} \ln y_t = \nabla_{12}\nabla \ln y_t$ es una variación (absoluta) mensual de una tasa logarítmica de variación interanual, o bien una variación (absoluta) interanual de una tasa logarítmica de variación mensual.

Observación: Una aproximación de Taylor de primer orden (lineal) al valor de la función $\ln(1+x)$ para valores de x próximos a x_* proporciona lo siguiente:

$$\ln(1+x) \approx \ln(1+x_*) + \frac{1}{1+x_*} \times [(1+x) - (1+x_*)] = \ln(1+x_*) + \frac{x-x_*}{1+x_*} = x \text{ cuando } x_* = 0.$$

Por ejemplo, $\nabla \ln y_t = \ln[1 + (y_t - y_{t-1}) / y_{t-1}] \approx (y_t - y_{t-1}) / y_{t-1}$ (una tasa convencional de variación) cuando $(y_t - y_{t-1}) / y_{t-1}$ es una cantidad "pequeña".

FIGURA 1

Series Temporales Univariantes - Gráficos Estandarizados

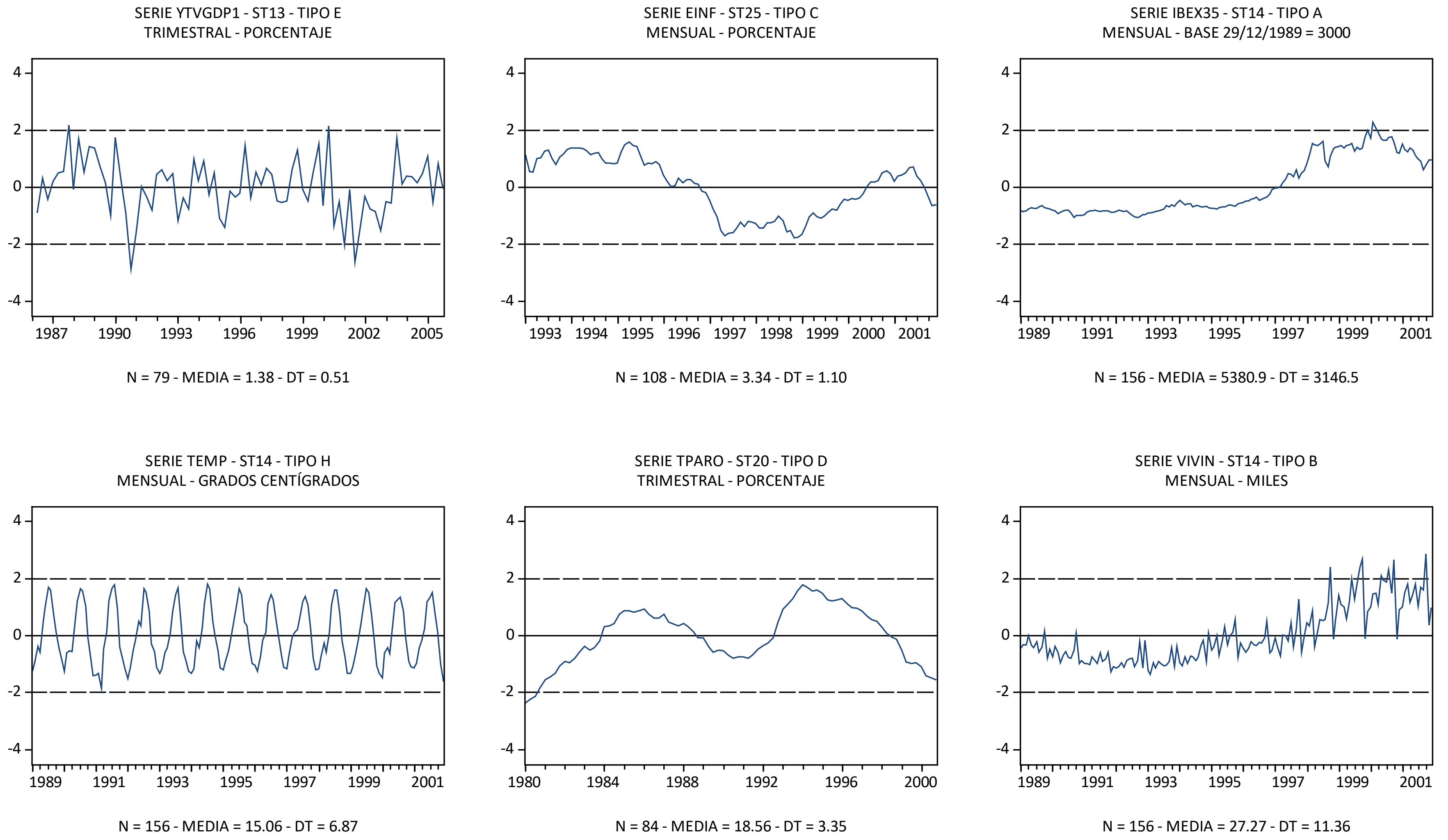

FIGURA 2

Transformación Logarítmica - Gráficos Desviación Típica-Media

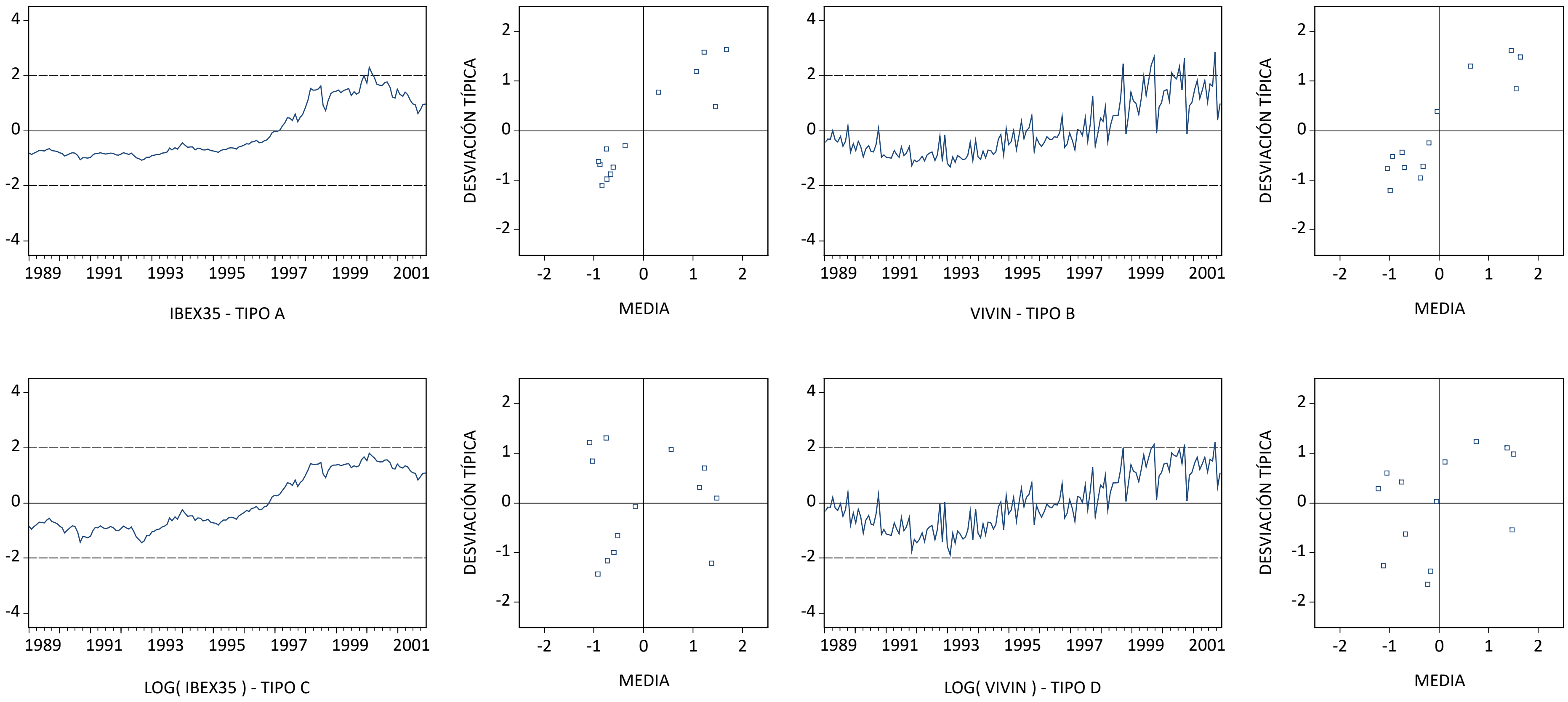

FIGURA 3
Diferenciación Regular de Series con Tendencia

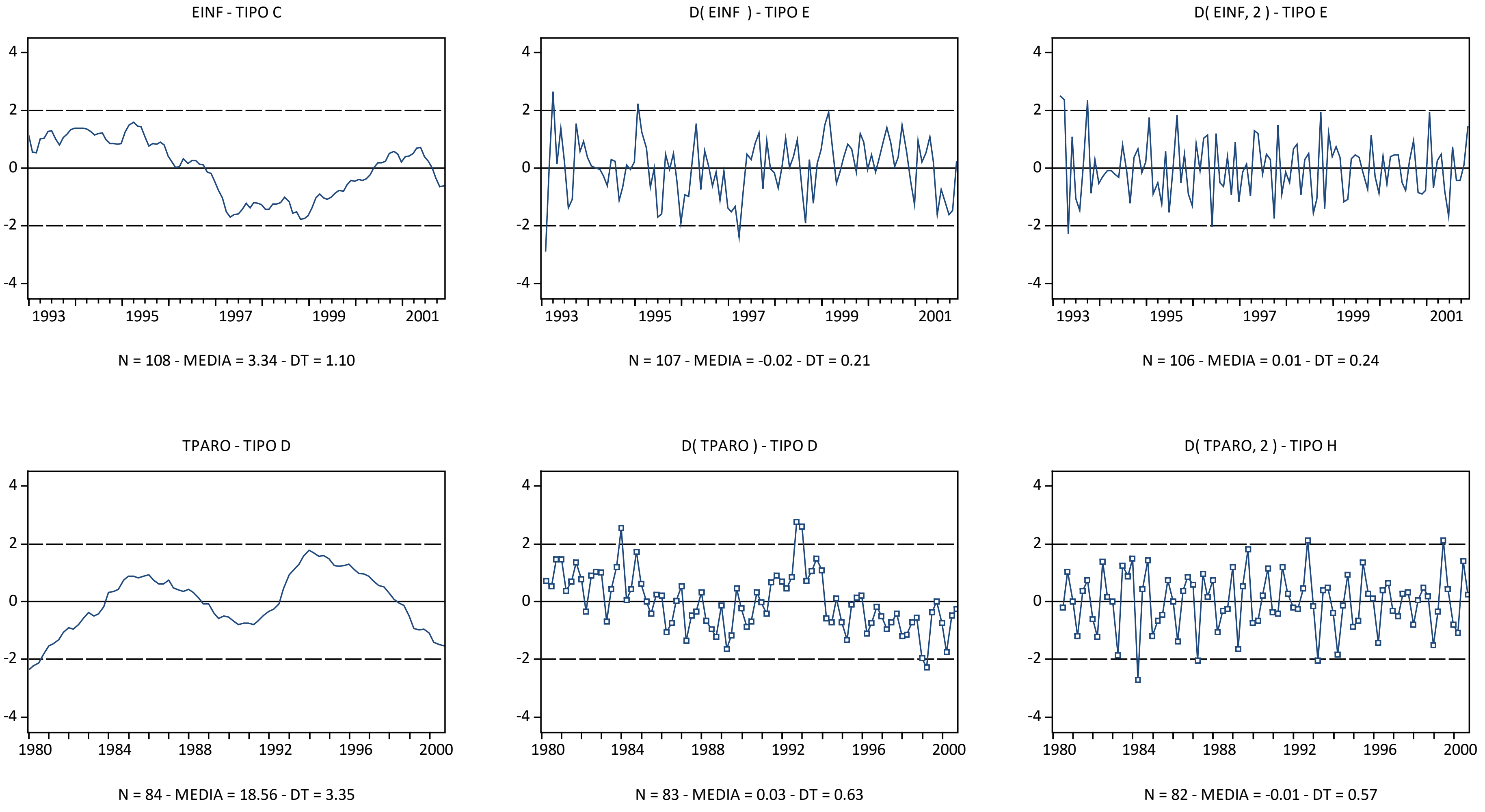

FIGURA 4

Diferenciación Anual de Series Estacionales

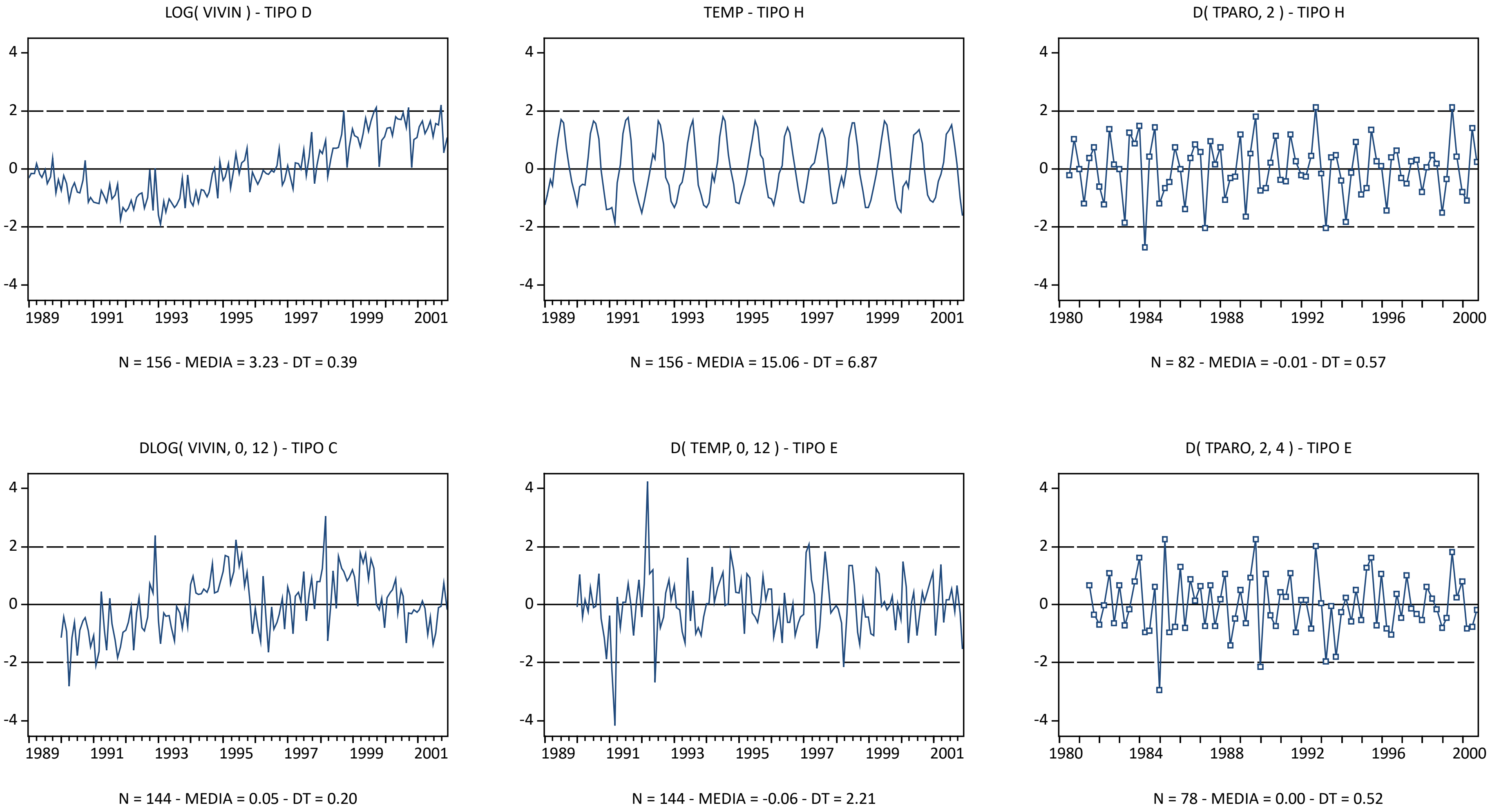

FIGURA 5

Efectos de Distintos Tipos de Diferenciación sobre una Serie No Estacionaria en Media