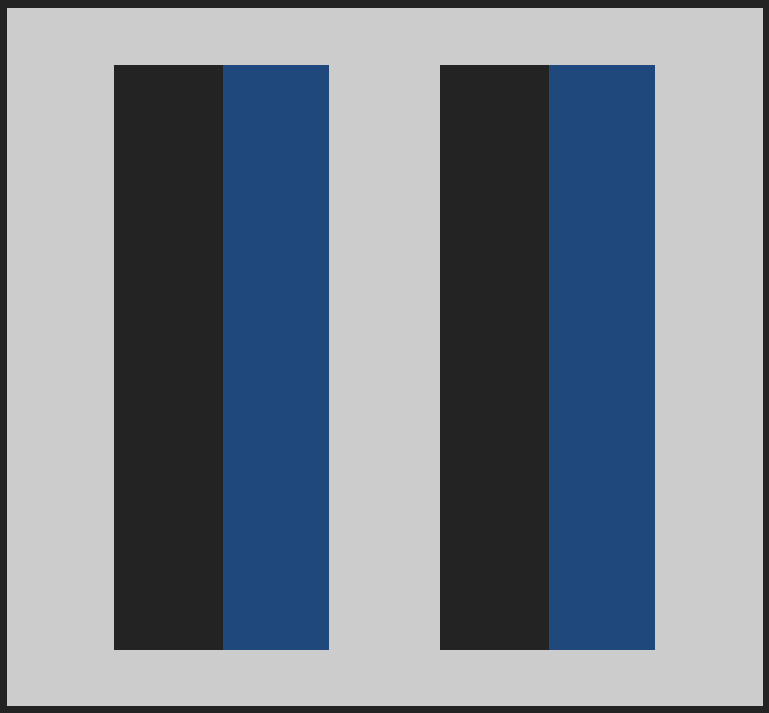
ECONOMETRÍA

JOSÉ ALBERTO MAURICIO



3

REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE II

3.2 DIAGNOSIS - RESIDUOS - OBSERVACIONES INFLUYENTES

Departamento de Análisis Económico y Economía Cuantitativa
Universidad Complutense de Madrid

EctrGr-JAM-3-2.pdf

ucm.randomshock.com/ectrgr

Versión 2.4 - Enero 2024

REQUISITOS

En esta Sección 3.2 se suponen bien conocidos [1] los aspectos teóricos y prácticos del Análisis de Regresión Lineal cubiertos en los Temas 1 - 2 y en la Sección 3.1 del Tema 3, y [2] todos los procedimientos descritos en las Secciones 1 - 14 de la guía *Introducción al Uso de EViews 4.1*.

BIBLIOGRAFÍA PARA LA SECCIÓN 3.2

Hill, Griffiths, Lim (2018): Apartados 4.3.4 - 4.3.6.
Wooldridge (2020): Apartado 9-5C.

Sección 15 de la guía *Introducción al Uso de EViews 4.1*.

En adelante IEV41 ...

PARTE 1 - DIAGNOSIS: RESUMEN

1 Parámetros (efectos causales y/o diferencias entre grupos de observaciones):

1.1 Valores/signos: Variables omitidas (Sección 2.4), observaciones influyentes (PARTE 3).

1.2 Significación estadística: Variables irrelevantes, multicolinealidad (Sección 2.4).

2 Residuos (lo que queda "fuera" de un modelo estimado):

2.1 Los residuos no deben contener ningún tipo de información que pueda resultar útil para mejorar el modelo estimado del que proceden. De manera equivalente, los residuos deben tener propiedades muestrales compatibles con las hipótesis que se imponen sobre las perturbaciones (HC3-HC5) para garantizar la optimalidad del criterio MCO (los residuos deben ser "puramente aleatorios", o "ruido blanco"). Cualquier discrepancia significativa debe resolverse modificando el modelo estimado en la dirección adecuada [...].

2.2 Gráficos (PARTE 2): Aportan información general sobre A-E en 2.3.

2.3 Operaciones específicas para detectar:

A: Errores de especificación en la forma funcional (HC3) (Sección 2.4).
B: Heteroscedasticidad (HC4) (Sección 3.3).
C: Autocorrelación (HC4) (Tema 4).
D: Ausencia de Normalidad (HC5) (PARTE 2).
E: Observaciones influyentes (PARTE 3).

PARTE 2 - DIAGNOSIS: GRÁFICOS DE RESIDUOS

➪ Las hipótesis $\mathrm{E}[U_i \mid \mathbf{X}] = 0$ (HC3, exogeneidad estricta) y $\mathrm{E}[U_i^2 \mid \mathbf{X}] = \sigma^2$ (HC4, homoscedasticidad) sugieren que el **nivel medio** y la **dispersión** de los residuos deben ser **constantes** (en particular, deben ser independientes de los datos sobre todas las variables explicativas). Ambas hipótesis se pueden evaluar (informalmente) examinando las nubes de puntos de los residuos sobre cada variable explicativa y/o sobre los valores ajustados del modelo estimado (que son una combinación lineal de los datos sobre todas las variables explicativas; ver Figura 1 [A]-[C]).

➪ Si el orden de las observaciones es relevante (series temporales), las dos hipótesis anteriores y la hipótesis $\mathrm{E}[U_{i_1} U_{i_2} \mid \mathbf{X}] = 0$ (HC4, ausencia de autocorrelación) también se pueden evaluar examinando un gráfico temporal de los residuos (ver Figura 1 [D]).

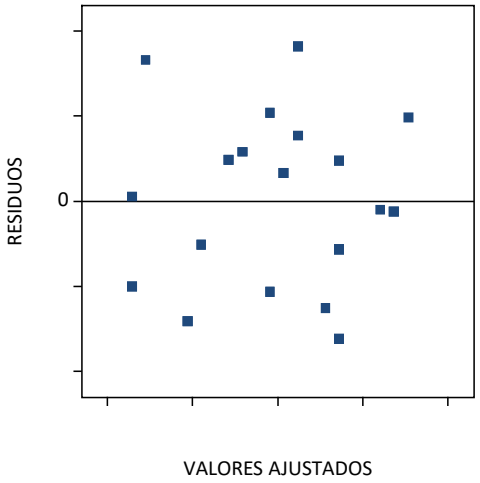
➪ La hipótesis de Normalidad (HC5) se puede evaluar con el histograma de los residuos y con el contraste de Jarque-Bera (ver Figura 1 [E]-[F]).

➪ El examen de los gráficos mencionados también ayuda a detectar **observaciones atípicas** que pueden influir notablemente en un modelo estimado (PARTE 3).

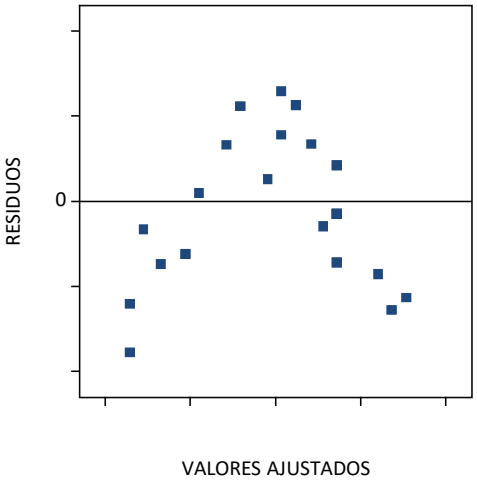
➪ En general, todas las posibilidades incluidas en la Figura 1 también se deben considerar formalmente utilizando contrastes de hipótesis adecuados para cada una de ellas.

FIGURA 1
Gráficos de Residuos

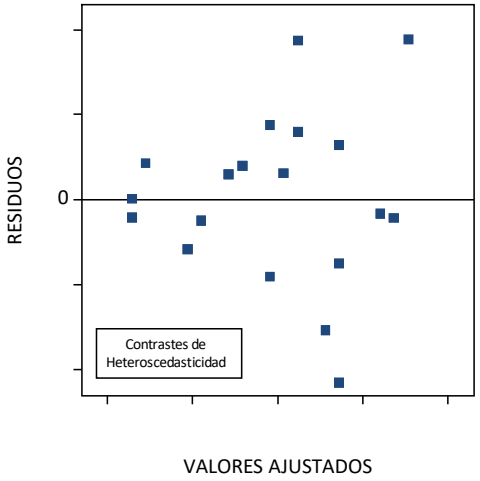
[A] Residuos aparentemente adecuados



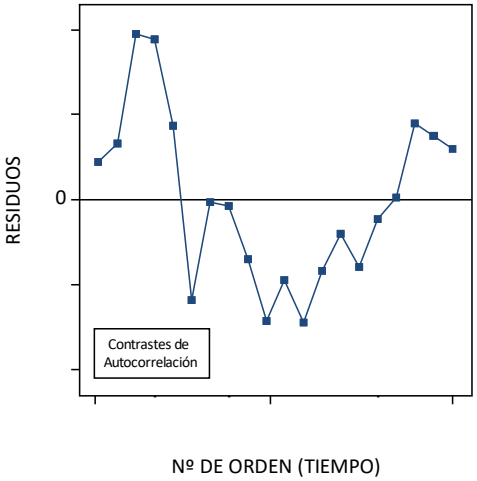
[B] Forma funcional inadecuada



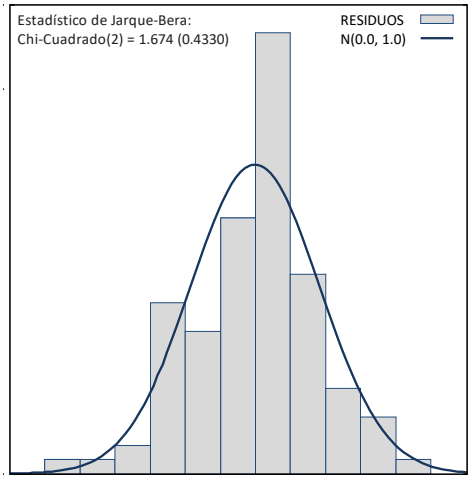
[C] Heteroscedasticidad (Sección 3.3)



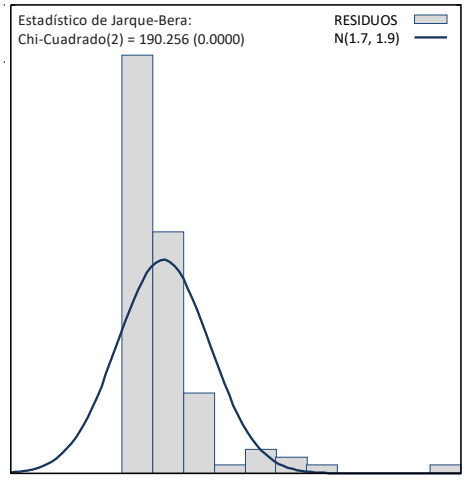
[D] Autocorrelación (Tema 4)



[E] Residuos Normales



[F] Residuos no Normales



IEV41: Sección 15 pp. 55-58

PARTE 3 - OBSERVACIONES INFLUYENTES

Una **observación** (punto muestral) es **influyente** si los resultados de la estimación de un modelo cambian notablemente al eliminar de la muestra dicha observación [Figuras 2-5]. En la práctica, la presencia de una observación influyente en una muestra puede deberse a:

- Un error en los datos que conforman dicha observación.
- La existencia de un punto muestral (una entidad o un momento) que es muy diferente del resto en algún aspecto relevante.

Una observación influyente del primer tipo debe corregirse (cuando es posible), o bien eliminarse del análisis (cuando no es posible corregirla). Una observación influyente del segundo tipo **no** debe eliminarse de manera rutinaria:

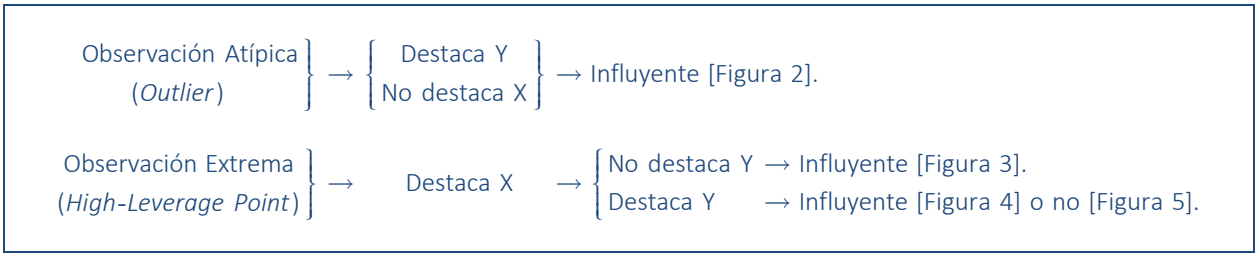
- Siempre debe ser examinada para intentar explicar su carácter especial.
- Su presencia puede indicar algún error de especificación que debe ser corregido.
- Sólo debe eliminarse en casos suficientemente justificados (cuando hace referencia a una entidad o a un momento que es especial por determinados motivos que carecen de interés en el análisis, o cuando distorsiona las conclusiones generales del mismo).

TIPOS DE OBSERVACIONES INFLUYENTES

Una **observación** es **atípica** o **anómala** (*outlier*) cuando su dato de la **variable dependiente** destaca sobre los datos de dicha variable en otras observaciones que son, por el contrario, similares en cuanto a los datos de las variables explicativas. En general, una observación atípica es al mismo tiempo una observación influyente, que se manifiesta a través de un valor grande (atípico o anómalo) en el **residuo** correspondiente (Figura 2).

Una **observación** es **extrema** o **potencialmente influyente** (*high-leverage point*) cuando sus datos de las **variables explicativas** destacan sobre los datos de dichas variables en el resto de la muestra. Una observación extrema es influyente cuando su dato de la variable dependiente **no** destaca del resto de la muestra (Figura 3). A diferencia del caso anterior, una observación extrema influyente **no** suele tener asociado un residuo atípico.

Una observación extrema cuyo dato de la variable dependiente **sí** destaca del resto de la muestra, puede ser (Figura 4) o no (Figura 5) una observación influyente; cuando sí lo es, tampoco (como en el caso anterior) suele tener asociado un residuo atípico.



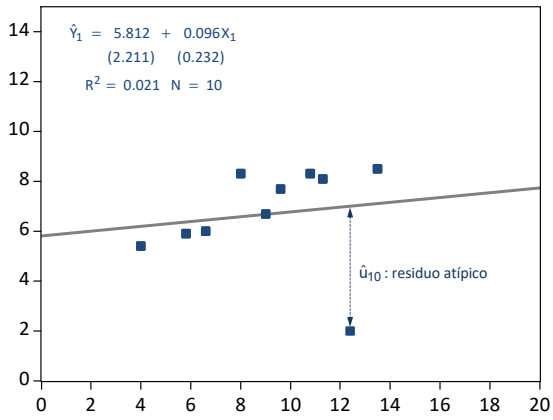
Los datos empleados para estimar los modelos RLS de las Figuras 2-5 son los de la Tabla 1; las representaciones gráficas se han obtenido con EViews utilizando el programa PRG00-RLS.PRG (IEV41: Sección 9 pp. 27-29), ajustando convenientemente la muestra (SAMPLE) utilizada en cada caso (IEV41: Sección 15 p. 60).

TABLA 1

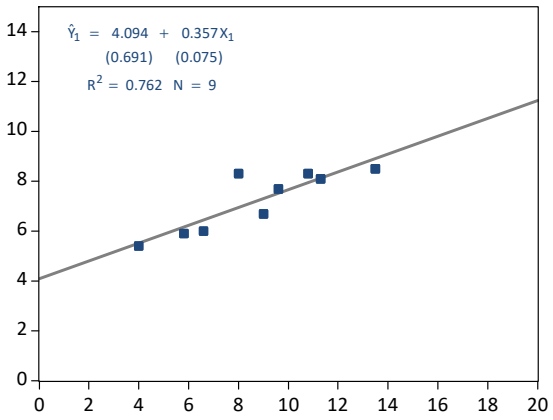
Datos utilizados en las Figuras 2-5 - NUM03-OBSINF.WF1

OBS	Y1	Y2	Y3	Y4	X1	X2
1	8.3	6.6	6.6	6.6	10.8	6.0
2	6.0	5.7	5.7	5.7	6.6	6.6
3	6.7	7.3	7.3	7.3	9.0	7.6
4	7.7	8.5	8.5	8.5	9.6	6.5
5	8.1	8.8	8.8	8.8	11.3	7.8
6	8.5	7.0	7.0	7.0	13.5	7.0
7	5.9	8.0	8.0	8.0	5.8	7.5
8	5.4	7.5	7.5	7.5	4.0	6.5
9	8.3	6.4	6.4	6.4	8.0	5.4
10	2.0 *	8.5	1.0 *	12.6 *	12.4	14.0 *

FIGURA 2

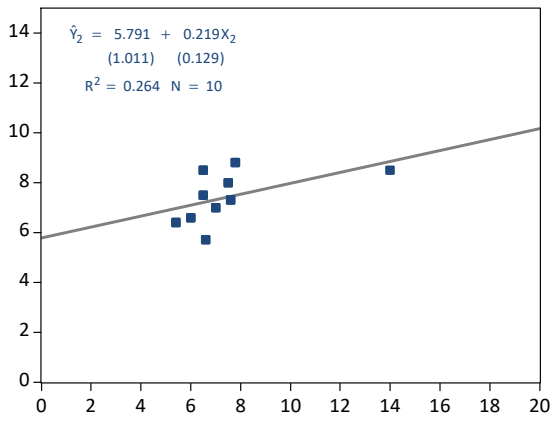


RLS de Y1 sobre X1 - Muestra completa

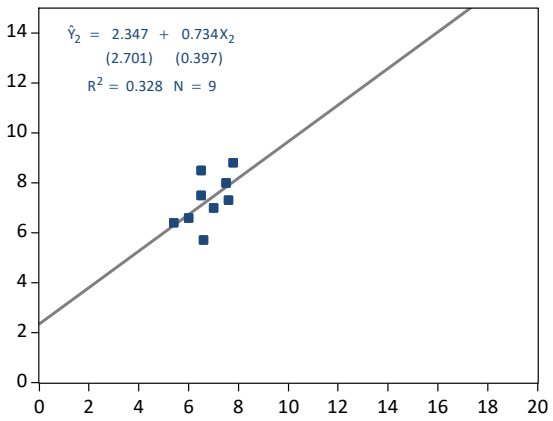


RLS de Y1 sobre X1 - Sin la observación nº 10

FIGURA 3



RLS de Y2 sobre X2 - Muestra completa



RLS de Y2 sobre X2 - Sin la observación nº 10

FIGURA 4

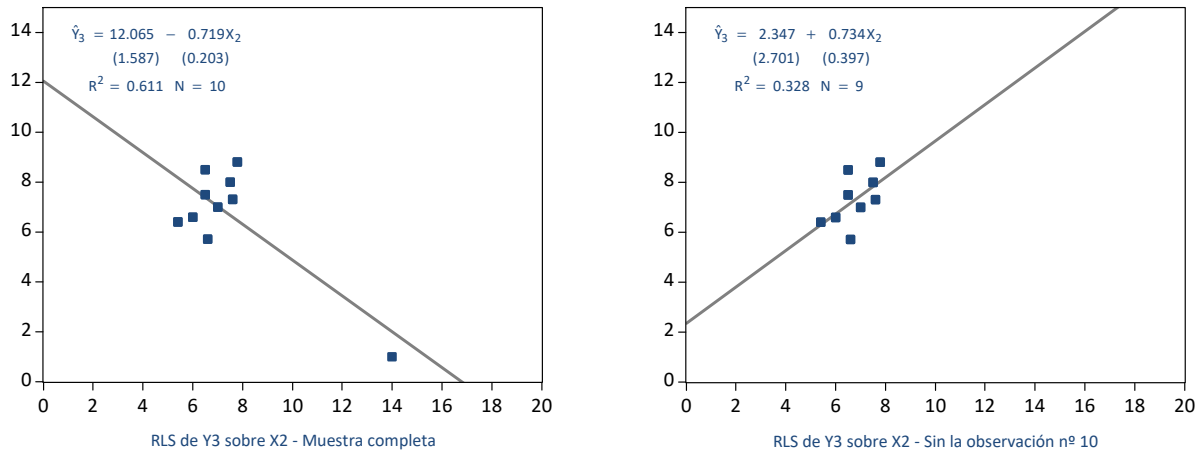
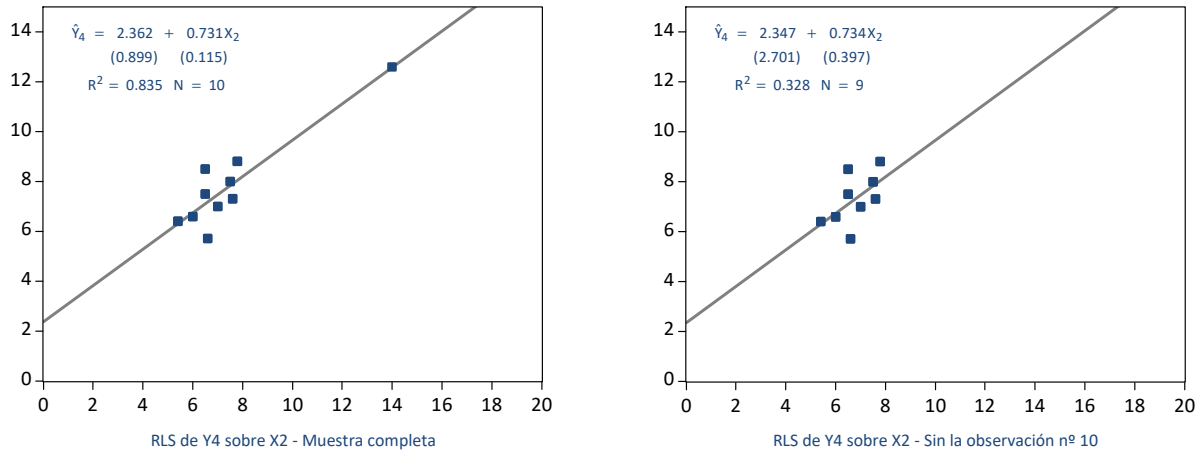


FIGURA 5



DETECCIÓN DE OBSERVACIONES INFLUYENTES

➪ **Observaciones atípicas** - Gráficos de residuos ($\Rightarrow$ residuos atípicos o anómalos).

➪ **Observaciones extremas** - Grados de influencia potencial (*leverage*):

$$h_{ii} = \mathbf{x}_i'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_i \ (i = 1, ..., N) \Rightarrow 0 \leq h_{ii} \leq 1 \ (i = 1, ..., N), \sum_{i=1}^{N} h_{ii} = K. \qquad [1]$$

Observación I: h_{ii} es el elemento en la i-ésima posición de la diagonal principal de la matriz $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$ [llamada a veces "matriz sombrero" (*hat matrix*) porque convierte a $\mathbf{y}$ en $\hat{\mathbf{y}}$: $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}\mathbf{y}$]. En un modelo RLS,

$$h_{ii} = \frac{1}{N} + \frac{(x_i - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2} \ (i = 1, ..., N).$$

En general, un valor destacado de h_{ii} (por ejemplo, $h_{ii} > \frac{2K}{N}$) implica que los datos de las variables explicativas en la i-ésima observación destacan al compararlos con la media de

los datos de dichas variables en la muestra completa.

➪ **Observaciones influyentes** en general - Estadísticos o distancias de Cook:

$$D_i = \frac{1}{K} \times \left[\frac{\hat{u}_i}{\hat{\sigma}\sqrt{1-h_{ii}}} \right]^2 \times \left[\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right] \ (i = 1, ..., N). \qquad [2]$$

Observación II: En D_i se combina información sobre el posible carácter atípico (a través del residuo $\hat{u}_i$) y/o extremo (a través del grado de influencia potencial h_{ii}) de cada observación muestral. La distancia D_i es una medida de la diferencia entre las estimaciones de los parámetros de un modelo obtenidas con la muestra completa y las obtenidas sin la i-ésima observación (o, equivalentemente, entre los valores ajustados asociados con ambas estimaciones). Por lo tanto, un valor destacado de D_i [por ejemplo, mayor que el valor crítico al 5% en una $F(K, N-K)$] suele implicar que la i-ésima observación muestral es una observación influyente.

EJEMPLO

Ver IEV41: Sección 15 pp. 58-60. Las medidas de influencia de Hadi (que pueden ayudar a detectar observaciones influyentes **enmascaradas**) son

$$H_i = \left[\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right] + \left[\frac{K}{1-h_{ii}} \right] \times \left[\frac{\hat{u}_i^2}{\text{SCR} - \hat{u}_i^2} \right] \ (i = 1, ..., N). \qquad [3]$$

Para otras medidas de influencia, ver Peña, D.; Yohai, V.J. (1995), "The Detection of Influential Subsets in Linear Regression by Using an Influence Matrix", *Journal of The Royal Statistical Society, Series B*, 57: 145-156.