



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

ECONOMETRÍA APLICADA



Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales

3

REGRESIÓN CON SERIES TEMPORALES

José Alberto Mauricio

Departamento de Análisis Económico y Economía Cuantitativa



EctrAp-JAM-TR3.pdf

Copyright © 2012 - 2021 J.A.M.
ucm.randomshock.com/ectrap

Versión 8.0 - Septiembre 2021

REGRESIÓN CON SERIES TEMPORALES

BIBLIOGRAFÍA



Hill-Griffiths-Lim (2018): Capítulos 9 y 12.

Introducción al Uso de EViews 4.1 (2021 J.A.M.): Secciones 18 y 20.

En adelante IEV41 ...

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
3.1 Objetivos	1
3.2 Series Estacionarias y Series No Estacionarias	1
REGRESIÓN CON SERIES ESTACIONARIAS	2
3.3 Modelos de Regresión con Autocorrelación	2
3.4 Modelos ADL	7
REGRESIÓN CON SERIES NO ESTACIONARIAS	17
3.5 Regresión Espuria	17
3.6 Cointegración	17
RESUMEN	20

INTRODUCCIÓN

3.1 OBJETIVOS

Los habituales en el análisis de regresión (evaluación de efectos causales, previsión, ...), con atención especial a las posibles **relaciones dinámicas** entre las variables consideradas.

3.2 SERIES ESTACIONARIAS Y SERIES NO ESTACIONARIAS

Una **serie temporal estacionaria** es en este Tema 3 una serie con un nivel medio y una dispersión que son constantes (es decir, una serie estacionaria en varianza).

Una **serie temporal no estacionaria** es en este Tema 3 una serie sin estacionalidad, con un nivel medio general que no es constante, pero con una dispersión que sí lo es.

Observación 1: El único tipo de no estacionariedad que se considera en este Tema 3 es el que permite convertir a una serie no estacionaria en estacionaria aplicándole un número adecuado $d \geq 1$ de diferencias regulares. Por lo tanto, se supone implícitamente que si una serie requiere alguna transformación de Box-Cox (típicamente, un logaritmo) o una diferencia estacional (o ambas cosas) para hacerla estacionaria, dichas transformaciones ya han sido tenidas en cuenta previamente. Es habitual referirse a series no estacionarias de este tipo como series integradas de orden d , ó $I(d)$. También suele decirse que una serie estacionaria es una serie integrada de orden 0, ó $I(0)$.

REGRESIÓN CON SERIES ESTACIONARIAS

3.3 MODELOS DE REGRESIÓN CON AUTOCORRELACIÓN

IEV41: pp. 75-78

Ejemplo ST11.1 - Datos

⇒ Gráficos YG1, YG2, XG1, XG2, MRLSG1.

Ejemplo ST11.2 - RLS I

⇒ Modelo MRLS.

⇒ Gráficos MRLSG2, MRLSG4 ⇒ **residuos autocorrelacionados.**

3.3.1 Autocorrelación - Definición

Covarianzas (correlaciones) distintas de cero entre las perturbaciones de un modelo.

3.3.2 Autocorrelación - Consecuencias

En un modelo de regresión lineal múltiple $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{U}$, la matriz de varianzas-covarianzas

del vector de perturbaciones \mathbf{U} suele expresarse de alguna de las formas siguientes:

En general:
$$\text{Var}[\mathbf{U}] = \begin{bmatrix} \text{Var}[U_1] & \text{Cov}[U_1, U_2] & \cdots & \text{Cov}[U_1, U_N] \\ \text{Cov}[U_2, U_1] & \text{Var}[U_2] & \cdots & \text{Cov}[U_2, U_N] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}[U_N, U_1] & \text{Cov}[U_N, U_2] & \cdots & \text{Var}[U_N] \end{bmatrix}.$$

Perturbaciones esféricas:
$$\text{Var}[\mathbf{U}] = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 \mathbf{I} \text{ (matriz diagonal escalar).}$$

Perturbaciones no esféricas:

$$\underbrace{\text{Var}[\mathbf{U}] = \sigma^2 \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \omega_N \end{bmatrix}}_{\substack{\text{Heteroscedasticidad} \\ \text{(matriz diagonal pero no escalar)}}, \underbrace{\text{Var}[\mathbf{U}] = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \omega_{12} & \cdots & \omega_{1N} \\ \omega_{21} & 1 & \cdots & \omega_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{N1} & \omega_{N2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}}_{\substack{\text{Autocorrelación} \\ \text{(matriz no diagonal } \Rightarrow \text{ no escalar)}}, \dots : \text{Var}[\mathbf{U}] = \sigma^2 \mathbf{\Omega} \text{ con } \mathbf{\Omega} \neq \mathbf{I}.$$

Cuando $E[\mathbf{U}] = \mathbf{0}$ en $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{U}$, pero

$$\text{Var}[\mathbf{U}] = \sigma^2 \boldsymbol{\Omega} \text{ con } \boldsymbol{\Omega} \neq \mathbf{I} (\Rightarrow \text{Var}[\mathbf{U}] \text{ matriz no escalar}),$$

puede comprobarse que

$$E[\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{W}}] = \boldsymbol{\beta}, \text{ pero}$$

$$\text{Var}[\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{W}}] = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\boldsymbol{\Omega}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \neq \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}.$$

Ningún resultado de la RLM clásica basado en la expresión $\sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ para $\text{Var}[\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{W}}]$ es aplicable ahora (por ejemplo, el Teorema de Gauss-Markov). Además, cualquier cálculo basado en la estimación $\hat{\sigma}^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ de la matriz de covarianzas de $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{W}}$ es incorrecto (por ejemplo, los errores estándar habituales de los estimadores MCO).

3.3.3 Autocorrelación - Detección

⇒ ACF - PACF residuales.

Observación 2: Para determinar si las G primeras autocorrelaciones simples de las perturbaciones de un modelo de regresión son *conjuntamente* significativas, suele emplearse el valor calculado del estadístico de Ljung-Box

$$Q_{LB}(\hat{u}_t) = n(n+2) \sum_{i=1}^G \frac{r_i(\hat{u}_t)^2}{n-i},$$

donde n es el número de residuos \hat{u}_t disponibles. Bajo la hipótesis nula de que $\rho_1(U_t) = \rho_2(U_t) = \dots = \rho_G(U_t) = 0$, el estadístico de Ljung-Box sigue aproximadamente una distribución $\chi^2(G)$.

⇒ Contraste de Breusch-Godfrey.

Observación 3: El contraste de Breusch-Godfrey se emplea prácticamente en cualquier situación para contrastar la hipótesis de que las perturbaciones de un modelo de regresión no están autocorrelacionadas, frente a la alternativa de que sí lo están hasta un orden P determinado:

1. Estimar el modelo de regresión considerado por MCO y guardar los residuos $\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_N$.
2. Estimar por MCO la regresión auxiliar (con término constante) de \hat{u}_t sobre $x_{t2}, \dots, x_{tK}, \hat{u}_{t-1}, \dots, \hat{u}_{t-P}$ y guardar el coeficiente de determinación normal $R_{\hat{u}}^2$ de esta regresión auxiliar.

Calcular $BG = N \times R_{\hat{u}}^2$ y el *p-value* $\Pr[\chi^2(P) \geq BG]$; alternativamente, calcular el estadístico F_{BG} para el contraste de significación conjunta de $\hat{u}_{t-1}, \dots, \hat{u}_{t-P}$ en la regresión auxiliar anterior y el *p-value* $\Pr[F(P, N - K - P) \geq F_{BG}]$; si el *p-value* es suficientemente pequeño (menor que el nivel de significación escogido), rechazar la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación.

Ejemplo ST11.3 - RLS II

- (1) Repasar gráfico MRLSG4. (2) Contraste de Breusch-Godfrey en modelo MRLS.

3.3.4 Utilización Adecuada de MCO

El **Estimador de Newey-West** es un estimador **robusto** (consistente) de $\text{VarAs}[\hat{\beta}_{\mathbf{w}}]$ frente a cualquier tipo de autocorrelación y heteroscedasticidad:

$$\text{VarAs}[\hat{\beta}_{\mathbf{w}}] = \frac{1}{N} \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \hat{\mathbf{S}}_{\text{NW}} \hat{\mathbf{Q}}^{-1},$$

donde

$$\hat{\mathbf{Q}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i' = \frac{1}{N} \mathbf{X}' \mathbf{X},$$

$$\hat{\mathbf{S}}_{\text{NW}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{U}_i^2 \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i' + \sum_{h=1}^H \left(1 - \frac{h}{H+1}\right) \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-h} [\hat{U}_i \hat{U}_{i+h} (\mathbf{X}_i \mathbf{X}_{i+h}' + \mathbf{X}_{i+h} \mathbf{X}_i')]\right).$$

Observación 4: El número $H \leq N - 1$ es tal que $\text{Cov}[U_i, U_{i+h}] = 0$ para $h > H$. En la práctica, H se escoge como la parte de entera de $4(N/100)^{2/9}$, o bien como la parte entera de $N^{1/4}$. Un ajuste muy común del estimador $\hat{\mathbf{S}}_{\text{NW}}$ cuando se emplea con muestras cortas, consiste en multiplicar $\hat{\mathbf{S}}_{\text{NW}}$ por $\frac{N}{N-K}$ (este ajuste está implementado, por ejemplo, en EViews, así como la primera de las dos formas mencionadas para escoger H en $\hat{\mathbf{S}}_{\text{NW}}$).

Ejemplo ST11.3 - RLS III

⇒ Modelo MRLSNW: Comparar estimaciones (iguales), errores estándar (distintos) y residuos (iguales) con los del modelo MRLS.

3.4 MODELOS ADL

IEV41: pp. 78-79 + 114-119

3.4.1 Modelo ADL(1,1)

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \gamma_0 X_t + \gamma_1 X_{t-1} + U_t, \text{ con } |\beta_1| < 1. \quad [1]$$

Ejemplo ST11.5 - ADL(1,1) I

⇒ (1) Modelo MADL. (2) Gráficos MADLG2, MADLG4. (3) Contraste de Breusch-Godfrey.

3.4.2 Modelo ADL(1,1) - Funciones de Respuesta

$$Y_t - \beta_1 Y_{t-1} = \beta_0 + \gamma_0 X_t + \gamma_1 X_{t-1} + U_t \Leftrightarrow (1 - \beta_1 B)Y_t = \beta_0 + (\gamma_0 + \gamma_1 B)X_t + U_t.$$

⇒ Representación en términos de los retardos de X_t :

$$Y_t = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1} + \frac{\gamma_0 + \gamma_1 B}{1 - \beta_1 B} X_t + V_t = \mu_0 + v(B)X_t + V_t, \text{ con} \quad [2]$$

$$v(B) = \frac{\gamma_0 + \gamma_1 B}{1 - \beta_1 B} = v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots$$

$$Y_t = \mu_0 + v_0 X_t + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots + V_t. \quad [3]$$

Observación 5 - IRF / SRF: Las representaciones [2]-[3] del modelo ADL [1] pueden escribirse conjuntamente como

$$Y_t = \mu_0 + v(B)X_t + V_t = \mu_0 + (v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots)X_t + V_t = \mu_0 + v_0X_t + v_1X_{t-1} + v_2X_{t-2} + \dots + V_t,$$

de manera que [1] representa una relación de **causalidad unidireccional** del tipo $(X_{t-k}) \rightarrow (Y_t)$ ($k \geq 0$), a través de la **función de transferencia** $v(B) = v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots$ de X_t sobre Y_t . La secuencia de coeficientes v_0, v_1, v_2, \dots se denomina la **función de respuesta al impulso (IRF, del inglés *Impulse Response Function*)** del modelo ADL(1,1) [1], en el sentido de que $v_k = \partial Y_t / \partial X_{t-k} = \partial Y_{t+k} / \partial X_t$ ($k \geq 0$). La secuencia de sumas parciales $e_k = \sum_{i=0}^k v_i$ ($k \geq 0$) se denomina la **función de respuesta al escalón (SRF, del inglés *Step Response Function*)** del modelo ADL(1,1) [1]. Cuando $|\beta_1| < 1$ en [1], la IRF converge a cero y la SRF converge a $\mu_1 = \sum_{k=0}^{\infty} v_k = v(1) = (\gamma_0 + \gamma_1)/(1 - \beta_1)$, que se denomina la **ganancia a largo plazo (steady-state gain)** del modelo ADL(1,1) [1]:

RESPUESTAS DE Y FRENTE A UNA VARIACIÓN UNITARIA DE X EN UN MOMENTO T		
[3] $\Rightarrow v_0 = \frac{\partial Y_T}{\partial X_T} \cdot v_1 = \frac{\partial Y_T}{\partial X_{T-1}} = \frac{\partial Y_{T+1}}{\partial X_T} \cdot v_2 = \frac{\partial Y_T}{\partial X_{T-2}} = \frac{\partial Y_{T+2}}{\partial X_T} \cdot \dots \Rightarrow v_k = \frac{\partial Y_T}{\partial X_{T-k}} = \frac{\partial Y_{T+k}}{\partial X_T}$ ($k \geq 0$).		
DESPUÉS DE K PERIODOS	RESPUESTA PUNTUAL DE Y	RESPUESTA ACUMULADA DE Y
K = 0 (MOMENTO T)	v_0	$e_0 = v_0$
K = 1 (MOMENTO T + 1)	v_1	$e_1 = v_0 + v_1$
K = 2 (MOMENTO T + 2)	v_2	$e_2 = v_0 + v_1 + v_2$
\vdots	\vdots	\vdots
A "LARGO PLAZO"	0	$\mu_1 = v_0 + v_1 + v_2 + \dots = v(1)$
	IRF	SRF

En las figuras de la página siguiente están representadas la IRF y la SRF asociadas con la función de transferencia $v(B)$ de varios modelos ADL de diferentes órdenes (en todos los casos $\mu_1 = 1$):

Panel A : $v(B) = 1$. Panel B : $v(B) = 0.5 + 0.5B$. Panel C : $v(B) = 0.25 + 0.5B + 0.25B^2$.

Panel D : $v(B) = \frac{0.5}{1 - 0.5B}$. Panel E : $v(B) = \frac{0.25 + 0.25B}{1 - 0.5B}$. Panel F : $v(B) = \frac{0.125 + 0.25B + 0.125B^2}{1 - 0.5B}$.

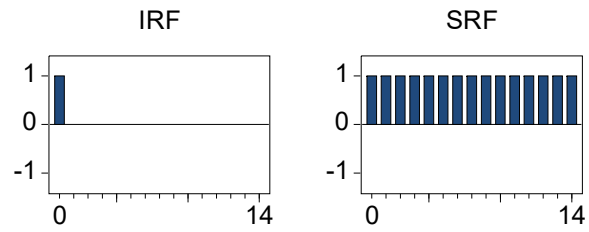
Panel G : $v(B) = \frac{0.8}{1 - 0.6B + 0.4B^2}$. Panel H : $v(B) = \frac{0.4 + 0.4B}{1 - 0.6B + 0.4B^2}$. Panel I : $v(B) = \frac{0.2 + 0.4B + 0.2B^2}{1 - 0.6B + 0.4B^2}$.

Observación 6 - Casos Particulares: Si en [1] se supone que $(U_t) \sim \text{IID}(0, \sigma_U^2)$, entonces: (i) cuando $\beta_1 = \gamma_1 = 0$, [1] se reduce a un modelo de regresión estático con perturbaciones IID; (ii) cuando $\gamma_0 = \gamma_1 = 0$, [1] es un modelo AR(1); (iii) cuando $\gamma_1 = -\beta_1\gamma_0$, [1] se convierte en un modelo de regresión con perturbaciones AR(1) del tipo $Y_t = \mu_0 + \gamma_0 X_t + V_t$, con $V_t = \beta_1 V_{t-1} + U_t$ y (iv) cuando $\beta_1 = 1$ y $\gamma_1 = -\gamma_0$, [1] se convierte en un modelo de regresión estático entre ∇Y_t y ∇X_t con perturbaciones IID del tipo $\nabla Y_t = \beta_0 + \gamma_0 \nabla X_t + U_t$. En relación con (iii):

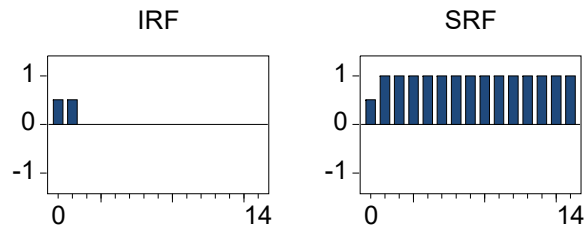
$$\begin{aligned} Y_t &= \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \gamma_0 X_t - \beta_1 \gamma_0 X_{t-1} + U_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \gamma_0 (X_t - \beta_1 X_{t-1}) + U_t \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1 - \beta_1 B) Y_t = \beta_0 + \gamma_0 (1 - \beta_1 B) X_t + U_t \Rightarrow Y_t = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1} + \gamma_0 X_t + \frac{U_t}{1 - \beta_1 B} \Rightarrow \\ &\Rightarrow Y_t = \mu_0 + \gamma_0 X_t + V_t, \text{ con } (1 - \beta_1 B) V_t = U_t, \text{ o bien } V_t = \beta_1 V_{t-1} + U_t. \end{aligned}$$

En relación con (iv):

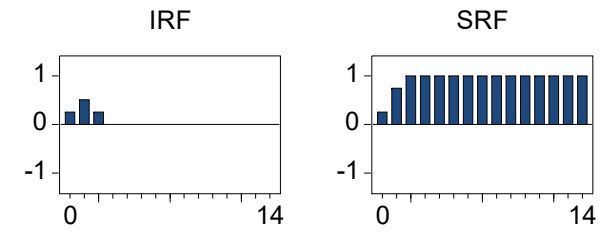
$$\begin{aligned} Y_t &= \beta_0 + Y_{t-1} + \gamma_0 X_t - \gamma_0 X_{t-1} + U_t \Rightarrow \\ &\Rightarrow Y_t - Y_{t-1} = \beta_0 + \gamma_0 (X_t - X_{t-1}) + U_t \Rightarrow \nabla Y_t = \beta_0 + \gamma_0 \nabla X_t + U_t. \end{aligned}$$



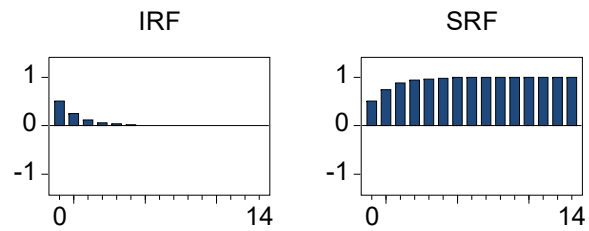
PANEL A



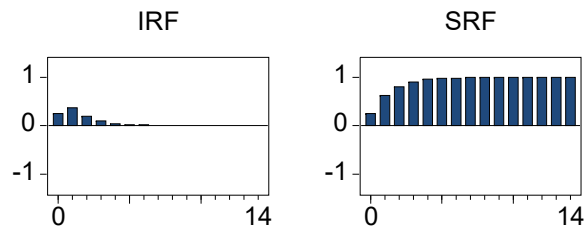
PANEL B



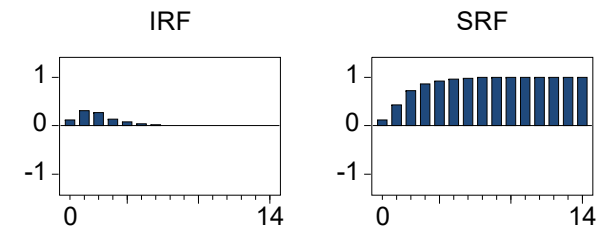
PANEL C



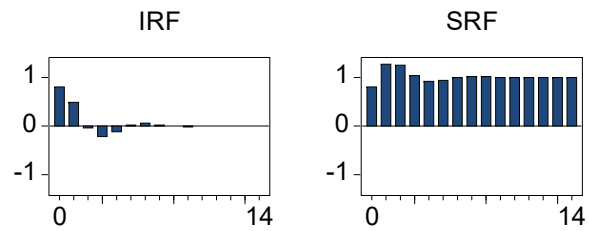
PANEL D



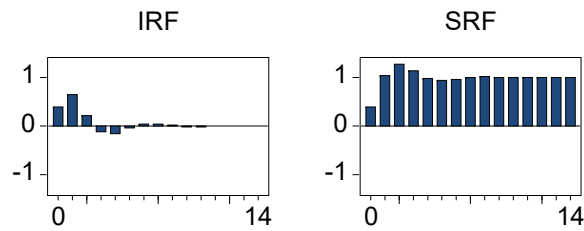
PANEL E



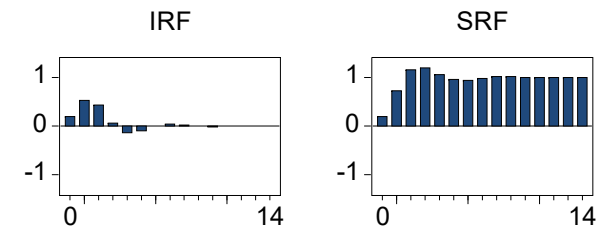
PANEL F



PANEL G



PANEL H



PANEL I

Observación 7 - Cálculo de las Funciones de Respuesta: En un modelo ADL(1,1), la función de transferencia [2] es

$$v(B) = v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots = \frac{\gamma_0 + \gamma_1B}{1 - \beta_1B} \Rightarrow (1 - \beta_1B)(v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots) = \gamma_0 + \gamma_1B.$$

Por lo tanto:

$$v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots - \beta_1v_0B - \beta_1v_1B^2 - \beta_1v_2B^3 - \dots = \gamma_0 + \gamma_1B.$$

Igualando entre sí las cantidades que multiplican a las sucesivas potencias enteras de B en los dos lados de la expresión anterior, se obtiene lo siguiente:

$$B^0 (= 1) : v_0 = \gamma_0,$$

$$B^1 (= B) : v_1 - \beta_1v_0 = \gamma_1 \Rightarrow v_1 = \beta_1v_0 + \gamma_1 = \beta_1\gamma_0 + \gamma_1,$$

$$B^2 : v_2 - \beta_1v_1 = 0 \Rightarrow v_2 = \beta_1v_1 = \beta_1^2\gamma_0 + \beta_1\gamma_1,$$

$$B^3 : v_3 - \beta_1v_2 = 0 \Rightarrow v_3 = \beta_1v_2 = \beta_1^3\gamma_0 + \beta_1^2\gamma_1,$$

y así sucesivamente. Por lo tanto, la IRF en un modelo ADL(1,1) es

$$v_0 = \gamma_0, v_k = \beta_1v_{k-1} = \beta_1^k\gamma_0 + \beta_1^{k-1}\gamma_1 \quad (k \geq 1).$$

En modelos ADL de orden distinto de (1,1) los cálculos son semejantes. Una vez obtenida la IRF, la SRF se calcula (en cualquier modelo ADL) a partir de la IRF como la secuencia de sumas parciales $e_k = \sum_{i=0}^k v_i$ ($k \geq 0$). Con el programa PRG11-IRF-SRF.PRG para EViews se puede calcular y representar gráficamente la IRF y la SRF asociadas con un modelo ADL de cualquier orden (como en las figuras de la página anterior).

3.4.3 Modelo ADL(1,1) - Equilibrio

Relación esperada (equilibrio) implícita en [1] con $Y_* \equiv E[Y_t]$, $X_* \equiv E[X_t]$, $E[U_t] = 0$:

$$Y_* = \beta_0 + \beta_1 Y_* + \gamma_0 X_* + \gamma_1 X_*, \text{ o bien}$$

$$Y_* = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1} + \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{1 - \beta_1} X_* = \mu_0 + \mu_1 X_*. \quad [4]$$

Observación 8: El parámetro μ_1 en [4] es la **ganancia a largo plazo** de la Observación 5 en el modelo ADL(1,1) [1]-[3].

3.4.4 Modelo ADL(1,1) - Representación ECM

$$Y_t - Y_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} - Y_{t-1} + \gamma_0 X_t - \gamma_0 X_{t-1} + \gamma_1 X_{t-1} + U_t,$$

$$\nabla Y_t = \beta_0 - (1 - \beta_1) Y_{t-1} + \gamma_0 \nabla X_t + (\gamma_0 + \gamma_1) X_{t-1} + U_t,$$

$$\nabla Y_t = -(1 - \beta_1) \left[Y_{t-1} - \frac{\beta_0}{1 - \beta_1} - \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{1 - \beta_1} X_{t-1} \right] + \gamma_0 \nabla X_t + U_t,$$

$$\nabla Y_t = \delta_1 (Y_{t-1} - \mu_0 - \mu_1 X_{t-1}) + \gamma_0 \nabla X_t + U_t, \text{ con} \quad [5]$$

$$\delta_1 \equiv -(1 - \beta_1), \quad \mu_0 \equiv \frac{\beta_0}{1 - \beta_1}, \quad \mu_1 \equiv \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{1 - \beta_1}. \quad [6]$$

El **término de error** o **desequilibrio** $Y_{t-1} - \mu_0 - \mu_1 X_{t-1}$ en [5] representa en qué medida no se satisface en el momento $t - 1$ la relación esperada [4] (es decir, en qué medida Y_{t-1} no satisface su relación de equilibrio [4] con X_{t-1}).

Cuando $\delta_1 < 0$ ($\Leftrightarrow \beta_1 < 1$), el **término de corrección de error** $\delta_1 (Y_{t-1} - \mu_0 - \mu_1 X_{t-1})$ en [5] indica que Y_t varía con respecto a Y_{t-1} en la dirección adecuada para corregir en cada momento t una parte del desequilibrio de Y_{t-1} con respecto a X_{t-1} , de manera que los desequilibrios o errores son **transitorios** (no persistentes o estacionarios).

Un modelo como [5] se denomina un **modelo de corrección de error** (**ECM**, del inglés *Error Correction Model*). El conjunto formado por [5]-[6] se denomina la representación ECM del modelo ADL(1,1) descrito por [1]-[4].

3.4.5 Estrategia General con Series Estacionarias

⇒ Estimar varios modelos ADL y seleccionar, entre aquellos cuyos residuos no presenten autocorrelación, el que mejor ajuste proporcione (contrastos de significación y criterios de información). Con frecuencia, un modelo ADL(1,1) es suficiente.

⇒ Para el modelo ADL seleccionado, [i] representar las funciones de repuesta, [ii] estimar la ganancia a largo plazo, [iii] escribir la relación de equilibrio estimada y representar gráficamente la serie de desequilibrios correspondientes, y [iv] escribir la representación ECM estimada. Adicionalmente, un modelo ADL también puede utilizarse para calcular o simular previsiones igual que con un modelo de regresión lineal.

Ejemplo ST11.6 - ADL(1,1) II

Dependent Variable: Y				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 2001:02 2012:12				
Included observations: 143 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.174433	0.545221	5.822284	0.0000
Y(-1)	0.449531	0.075242	5.974486	0.0000
X	-0.902156	0.097135	-9.287640	0.0000
X(-1)	0.570787	0.113883	5.012024	0.0000
R-squared	0.454578	Mean dependent var		3.880054
Adjusted R-squared	0.442807	S.D. dependent var		1.542083
S.E. of regression	1.151094	Akaike info criterion		3.146876
Sum squared resid	184.1773	Schwarz criterion		3.229752
Log likelihood	-221.0016	F-statistic		38.61623
Durbin-Watson stat	2.083204	Prob(F-statistic)		0.000000

Modelo Estimado:

$$y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 y_{t-1} + \hat{\gamma}_0 x_t + \hat{\gamma}_1 x_{t-1} + \hat{u}_t,$$

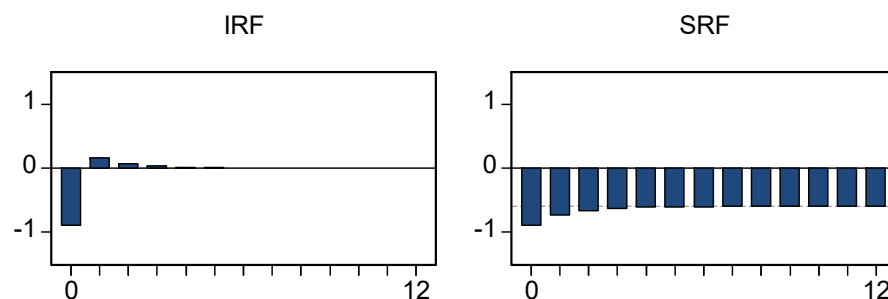
$$y_t = 3.174 + 0.450 y_{t-1} - 0.902 x_t + 0.571 x_{t-1} + \hat{u}_t,$$

$$(0.545) \quad (0.075) \quad (0.097) \quad (0.114) \quad [7]$$

$$N = 143, \hat{\sigma} = 1.151, \text{AIC} = 3.147, \text{BIC} = 3.230.$$

Función de Transferencia:

$$\hat{v}(B) = \frac{\hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 B}{1 - \hat{\beta}_1 B}. \quad [8]$$



Ganancia:

$$\hat{\mu}_1 = \hat{v}(1) = \frac{\hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1}{1 - \hat{\beta}_1} = -0.602. \quad [9]$$

Equilibrio:
$$y_* = \hat{\mu}_0 + \hat{\mu}_1 x_* = \frac{\hat{\beta}_0}{1-\hat{\beta}_1} + \frac{\hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1}{1-\hat{\beta}_1} x_* = 5.767 - 0.602 x_*. \quad [10]$$

ECM:
$$\nabla y_t = \hat{\delta}_1 (y_{t-1} - \hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_1 x_{t-1}) + \hat{\gamma}_0 \nabla x_t + \hat{u}_t, \text{ con}$$

$$\hat{\delta}_1 = -(1 - \hat{\beta}_1), \quad \hat{\mu}_0 = \frac{\hat{\beta}_0}{1-\hat{\beta}_1}, \quad \hat{\mu}_1 = \frac{\hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1}{1-\hat{\beta}_1}.$$

$$\nabla y_t = -0.550(y_{t-1} - 5.767 + 0.602 x_{t-1}) - 0.902 \nabla x_t + \hat{u}_t. \quad [11]$$

Observación 9: Las estimaciones de los parámetros δ_1 , μ_0 y μ_1 que figuran en [9]-[11], junto con los errores estándar correspondientes, pueden calcularse estimando directamente por **Mínimos Cuadrados No Lineales** la representación ECM [5] del modelo ADL(1,1) [1]:

Dependent Variable: D(Y)				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 2001:02 2012:12				
Included observations: 143 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 5 iterations				
D(Y) = C(1) * (Y(-1) - C(2) - C(3) * X(-1)) + C(4) * D(X)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.550469	0.075242	-7.315992	0.0000
C(2)	5.766783	0.576459	10.00381	0.0000
C(3)	-0.601976	0.175862	-3.422996	0.0008
C(4)	-0.902156	0.097135	-9.287640	0.0000

REGRESIÓN CON SERIES NO ESTACIONARIAS

El problema principal en un análisis de regresión con series no estacionarias reside en la posibilidad de obtener resultados significativos al estimar relaciones entre series que en realidad no están relacionadas en absoluto. Dichas relaciones estimadas, que son tan sólo aparentes, se denominan **relaciones espurias** porque carecen de autenticidad.

3.5 REGRESIÓN ESPURIA

Ejemplo en ST12-ESPUR.WF1. Indicador: residuos **no** estacionarios.

3.6 COINTEGRACIÓN

IEV41: pp. 119-121

Como regla general, en un análisis de regresión no deben utilizarse directamente series no estacionarias para evitar el problema de la regresión espuria.

No obstante, existe una excepción importante a esta regla: el caso en el que las **series no estacionarias** consideradas están **cointegradas**.

Observación 10: Cuando una serie no estacionaria sólo requiere una diferencia regular para hacerla estacionaria, suele decirse que dicha serie es una serie $I(1)$ (integrada de orden 1). Por su parte, una serie $I(0)$ es una serie estacionaria. Esta terminología se utiliza con mucha frecuencia en el análisis de series temporales cointegradas.

Se dice que dos series temporales $I(1)$ (no estacionarias) están cointegradas cuando existe una **combinación lineal** de dichas series que es $I(0)$ (estacionaria). Por lo tanto, aunque existen opciones más formales, una manera muy sencilla de comprobar si dos series $y_t \sim I(1)$ y $x_t \sim I(1)$ están cointegradas consiste en comprobar gráficamente si los **residuos** de una RLS con dichas series ($\hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 x_t$) son **estacionarios**.

Ejemplo ST13.1: Gráficos GR1-GR4; modelo RLS (MBF1) (residuos MBF1RESG1, MBF1RESG3). Interpretación en términos de la efectividad de la política monetaria.

De manera equivalente, dos series $I(1)$ están cointegradas [1] cuando comparten una **tendencia semejante** y nunca se alejan de manera persistente (tan sólo de forma transitoria) la una de la otra, o [2] cuando dichas series están sujetas a una **relación estable o de equilibrio** entre ellas.

3.6.1 Modelos de Regresión para Series Cointegradas

Todo lo expuesto sobre regresión con series estacionarias es aplicable también al caso de la regresión con series no estacionarias cointegradas.

Ejemplo ST13.2: Modelo ADL(1,1) (MBF2). Comparar residuos y autocorrelaciones con modelo RLS (MBF1). A partir de MBF2: IRF-SRF, ECM (MBF3), ...

3.6.2 Regresión con Series No Estacionarias No Cointegradas

Para evitar el problema de la regresión espuria, la regla general en este caso consiste en transformar primero las series no estacionarias consideradas para hacerlas estacionarias, y proceder después como en el caso del análisis de regresión con series estacionarias.

RESUMEN

- ⇒ **Series Estacionarias, o No Estacionarias Cointegradas:** En un análisis de regresión con las series originales (sin diferenciar), **no** existe el riesgo de encontrar relaciones espurias. En este caso, se debe utilizar las series sin diferenciar en el análisis de regresión que se pretenda llevar a cabo [por ejemplo, estimar varios modelos ADL y seleccionar, entre aquellos cuyos residuos no presenten autocorrelación, el que mejor ajuste proporcione; con frecuencia, un modelo ADL(1,1) es suficiente.]
- ⇒ **Series No Estacionarias No Cointegradas:** En un análisis de regresión con las series originales (sin diferenciar), **sí** existe el riesgo de encontrar relaciones espurias. En este caso, se debe diferenciar primero las series originales para hacerlas estacionarias, y utilizar las series estacionarias en el análisis de regresión que se pretenda llevar a cabo.