



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

ECONOMETRÍA APLICADA



Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales

2

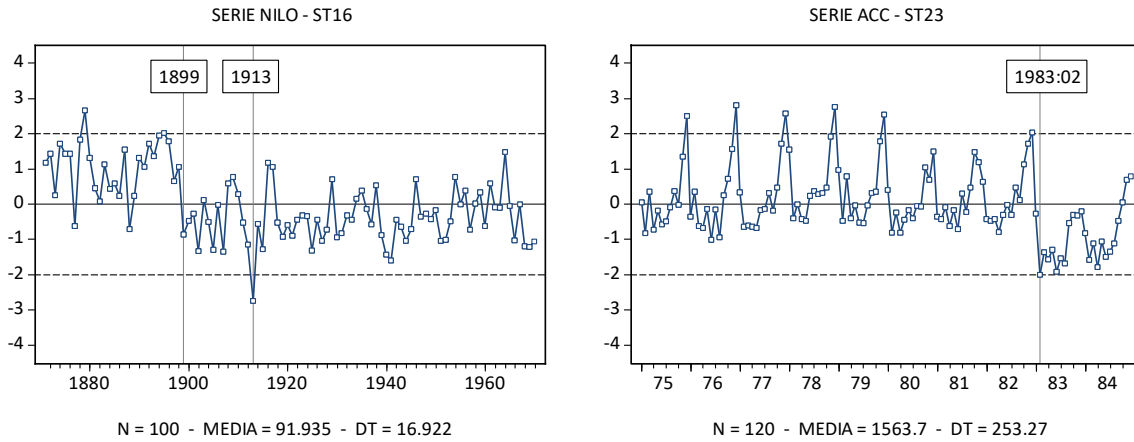
ANÁLISIS UNIVARIANTE DE SERIES TEMPORALES

ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN

José Alberto Mauricio

Departamento de Análisis Económico y Economía Cuantitativa

La evolución histórica de una serie temporal y_t puede verse afectada por sucesos o circunstancias especiales (cambios en políticas económicas o medioambientales, campañas publicitarias, nuevas regulaciones), que suelen denominarse *sucesos de intervención* o, simplemente, *intervenciones*. Los dos ejemplos siguientes ilustran esta posibilidad:



En estos casos, un *modelo de intervención* para y_t es un modelo en el que se supone que y'_t (la serie con dispersión homogénea obtenida a partir de y_t , como $y'_t = y_t$, $y'_t = \ln y_t$, ...) puede expresarse como la suma de dos partes:

- ① La *parte de intervención* o *determinista* de y'_t , que recoge los efectos sobre y'_t provocados por las intervenciones consideradas.
- ② La *parte normal* o *estocástica* de y'_t , que recoge la parte (subyacente o básica) de y'_t una vez descontada su parte de intervención.

Un modelo de intervención razonablemente general para y_t se puede plantear a partir de un modelo ARIMA estándar para y_t del tipo

$$\phi(B)\Phi(B^S)\left[\frac{\nabla^d \nabla_S^D Y'_t}{W_t} - \frac{\beta_0}{E[W_t]}\right] = \theta(B)\Theta(B^S)A_t, \quad [1]$$

modificando (ampliando) [1] de la manera siguiente:

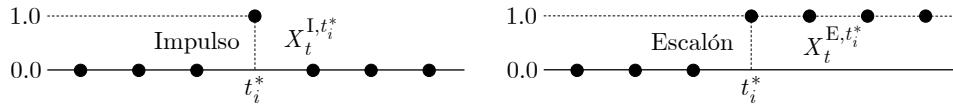
$$Y'_t = I_t + N_t \quad (\Leftrightarrow N_t = Y'_t - I_t), \quad \text{con} \quad [2.1]$$

Parte de intervención:
$$I_t = \beta_1 X_{t1} + \dots + \beta_K X_{tK}, \quad [2.2]$$

Parte normal:
$$\phi(B)\Phi(B^S)\left[\frac{\nabla^d \nabla_S^D N_t}{W_t} - \frac{\beta_0}{E[W_t]}\right] = \theta(B)\Theta(B^S)A_t. \quad [2.3]$$

En [2.1] y [2.2], I_t representa una serie de efectos sobre y'_t provocados por K sucesos de intervención (quizás fácilmente identificables) ocurridos en K momentos conocidos $t_1^*, t_2^*, \dots, t_K^*$ de la historia de y'_t , donde cada X_{ti} ($1 \leq i \leq K$) es una variable binaria de tipo *impulso* (para recoger un efecto puntual o transitorio sobre y'_t) o de tipo *escalón* (para recoger un efecto permanente):

$$\text{Impulso en } t_i^*: X_{ti} = X_t^{I, t_i^*} \equiv \begin{cases} 0, & \text{si } t \neq t_i^* \\ 1, & \text{si } t = t_i^* \end{cases}. \quad \text{Escalón en } t_i^*: X_{ti} = X_t^{E, t_i^*} \equiv \begin{cases} 0, & \text{si } t < t_i^* \\ 1, & \text{si } t \geq t_i^* \end{cases}. \quad [3]$$



En [2.1] y [2.3], N_t representa la parte (subyacente o básica) de y'_t que no incluye su parte de intervención. En [2.3] se propone para N_t un modelo ARIMA estándar, por lo que si $I_t = 0$ en [2.1], entonces el modelo de intervención [2.1]-[2.3] es simplemente el modelo ARIMA [1].

El modelo de intervención [2.1]-[2.3] puede escribirse como

$$\begin{aligned} \nabla^d \nabla_S^D Y'_t &= \nabla^d \nabla_S^D I_t + \nabla^d \nabla_S^D N_t, \text{ con} \\ [\nabla^d \nabla_S^D I_t] &= \beta_1 [\nabla^d \nabla_S^D X_{t1}] + \dots + \beta_K [\nabla^d \nabla_S^D X_{tK}], \\ \nabla^d \nabla_S^D N_t &= \beta_0 + \frac{\theta(B)\Theta(B^S)}{\phi(B)\Phi(B^S)} A_t = \beta_0 + U_t, \end{aligned}$$

o bien como

$$\begin{aligned} [\nabla^d \nabla_S^D Y'_t] &= \beta_0 + \beta_1 [\nabla^d \nabla_S^D X_{t1}] + \dots + \beta_K [\nabla^d \nabla_S^D X_{tK}] + U_t, \text{ con} \\ \phi(B)\Phi(B^S)U_t &= \theta(B)\Theta(B^S)A_t, \end{aligned} \tag{4}$$

donde, en relación con [2.3], $U_t = \nabla^d \nabla_S^D N_t - \beta_0 = W_t - E[W_t]$. La expresión [4] indica que un modelo de intervención como [2.1]-[2.3] es simplemente un modelo de regresión lineal múltiple con perturbaciones U_t autocorrelacionadas de tipo $\text{ARMA}(p, q) \times \text{ARMA}(P, Q)_S$.

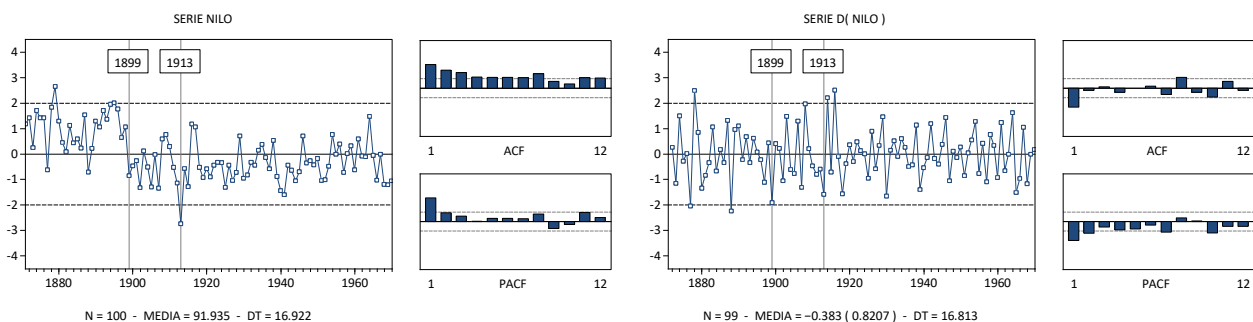
Para elaborar un modelo de intervención para una serie original y_t :

- I.1.** Identificar un modelo $\text{ARIMA}(p, d, q) \times \text{ARIMA}(P, D, Q)_S$ para y'_t ($y'_t = y_t, y'_t = \ln y_t, \dots$).
- I.2.** Estimar, diagnosticar y, en su caso, revisar cuidadosamente un modelo de intervención como [4] que incluya (i) la parte de intervención I_t en [2.2] que se considere oportuna, y (ii) el modelo ARIMA identificado en **I.1** como modelo tentativo para N_t en [2.3].

Observación 1: La diagnosis y la revisión del modelo de intervención del paso **I.2** anterior son operaciones especialmente críticas en este tipo de análisis, ya que el modelo ARIMA identificado inicialmente en el paso **I.1** puede estar influenciado significativamente por la ausencia de los términos de intervención que sí se consideran de manera explícita en el paso **I.2**.

EJEMPLO 1 - ESTIMACIÓN DE LOS EFECTOS DE SUCESOS DE INTERVENCIÓN I

En este ejemplo se hace uso del WF ST16-NILO.WF1 para elaborar un modelo de intervención para la serie anual NILO:



Los gráficos anteriores sugieren un modelo IMA(1,1) con $\beta_0 = 0$ para la serie original. El modelo de intervención [4] correspondiente es

$$M1 \quad \nabla Y_t = \beta_1 \nabla X_t^{E,1899} + \beta_2 \nabla X_t^{I,1913} + U_t, \text{ con } U_t = (1 - \theta_1 B)A_t.$$

D(NILO) D(E1899) D(I1913) MA(1)

Al estimar este modelo, se obtiene una estimación de θ_1 igual a 0.979380 con un error estándar igual a 0.014769, lo que sugiere que el término MA(1) puede ser no invertible. En tal caso, el modelo de intervención M1 debe reformularse como

$$M2 \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t^{E,1899} + \beta_2 X_t^{I,1913} + A_t.$$

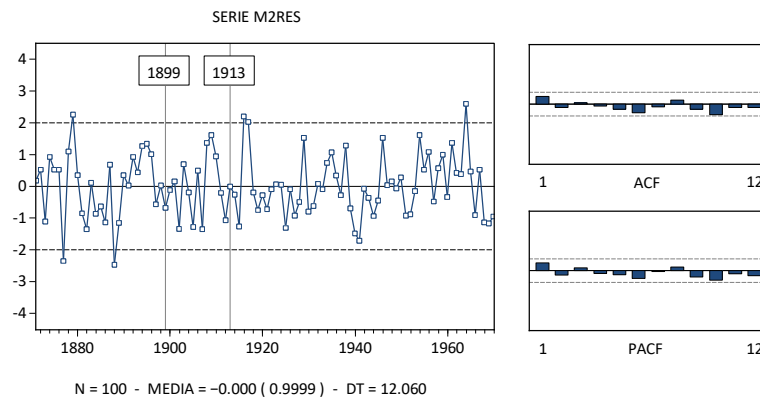
NILO C E1899 I1913

El modelo M2 estimado y sus residuos \hat{a}_t son los siguientes:

$$y_t = 109.7750 - 24.2229 X_t^{E,1899} - 39.9521 X_t^{I,1913} + \hat{a}_t,$$

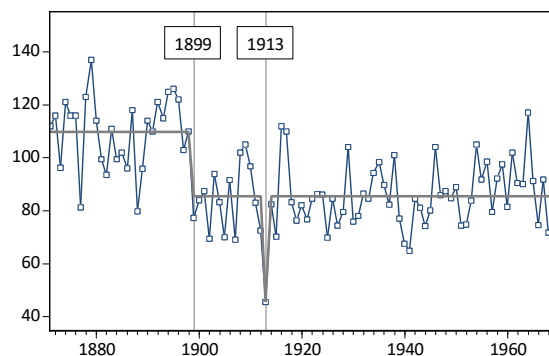
(2.3026) (2.7190) (12.2699)

$$n = 100, \hat{\sigma}_A = 12.1844, AIC = 7.8677, BIC = 7.9459.$$



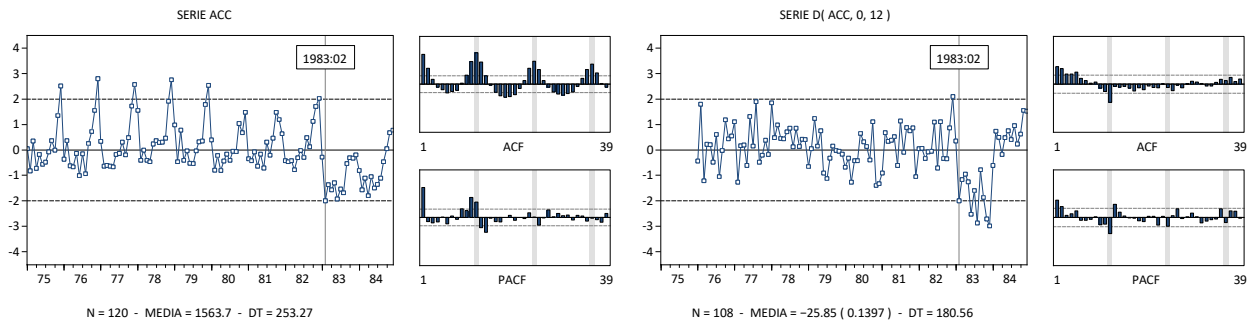
Observación 2: Las series $[\nabla^d \nabla_S^D y_t^I]$ y $[\hat{\beta}_0 + \nabla^d \nabla_S^D (\hat{\beta}_1 X_{t1} + \dots + \hat{\beta}_K X_{tK})]$ asociadas con el modelo [4] estimado pueden representarse conjuntamente en un gráfico para comprobar (de manera informal) que la serie de "valores ajustados" $[\hat{\beta}_0 + \nabla^d \nabla_S^D (\hat{\beta}_1 X_{t1} + \dots + \hat{\beta}_K X_{tK})]$ describe adecuadamente el nivel medio general de la serie $[\nabla^d \nabla_S^D y_t^I]$, especialmente en lo que tiene que ver con las variables de intervención empleadas.

Las series NILO y HAT = 109.7750 - 24.2229 * E1899 - 39.9521 * I1913 son las siguientes:



EJEMPLO 2 - ESTIMACIÓN DE LOS EFECTOS DE SUCESOS DE INTERVENCIÓN II

En este ejemplo se hace uso del WF ST23-SEAT-BELT.WF1 para elaborar un modelo de intervención para la serie mensual ACC:



Los gráficos anteriores sugieren un modelo $AR(2) \times IMA(1, 1)_{12}$ con $\beta_0 = 0$ para la serie original. El modelo de intervención [4] correspondiente es

$$M1 \quad \nabla_{12} Y_t = \beta_1 \nabla_{12} X_t^{E,83:02} + U_t, \text{ con } (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) U_t = (1 - \Theta_1 B^{12}) A_t.$$

$$D(\text{ACC}, 0, 12) \quad D(\text{E8302}, 0, 12) \quad AR(1) \quad AR(2) \quad SMA(12)$$

Al estimar este modelo, el parámetro ϕ_2 resulta claramente no significativo. Por lo tanto, el modelo M1 se reformula como

$$M2 \quad \nabla_{12} Y_t = \beta_1 \nabla_{12} X_t^{E,83:02} + U_t, \text{ con } (1 - \phi_1 B) U_t = (1 - \Theta_1 B^{12}) A_t.$$

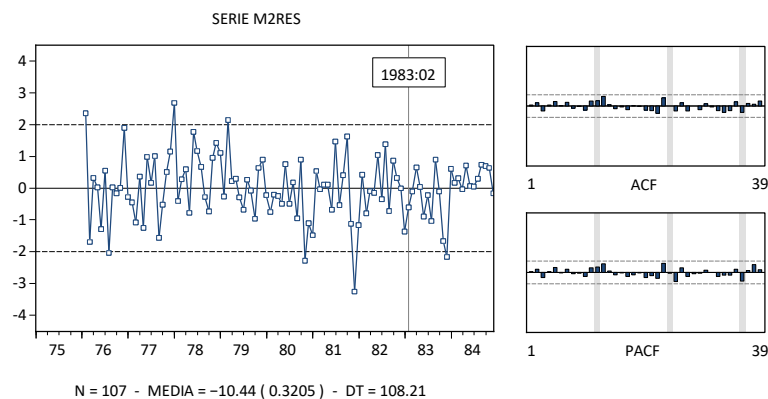
$$D(\text{ACC}, 0, 12) \quad D(\text{E8302}, 0, 12) \quad AR(1) \quad SMA(12)$$

El modelo M2 estimado y sus residuos \hat{a}_t son los siguientes:

$$\nabla_{12} y_t = -286.3980 \nabla_{12} X_t^{E,83:02} + \hat{a}_t, \quad (1 - 0.1946 B) \hat{a}_t = (1 - 0.9342 B^{12}) \hat{a}_t,$$

(26.6350) (0.0930) (0.0255)

$$n = 107, \quad \hat{\sigma}_A = 109.7623, \quad AIC = 12.2622, \quad BIC = 12.3371.$$

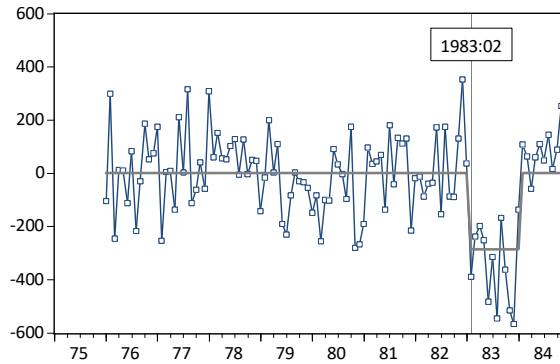


Observación 3: Para crear series de tipo impulso o de tipo escalón en un WF, se puede seguir alguno de los procedimientos de los dos ejemplos siguientes (ver *EViews 4 User's Guide » Chapter 5 » Working with Series, EViews 4 Command and Programming Reference » Appendix A » Date and Observation Functions*): (i) Las series E1899, I1913 del WF ST16-NILO.WF1 se han creado con las instrucciones SERIES E1899 = @YEAR >= 1899, SERIES I1913 = @YEAR = 1913, respectivamente. (ii) La serie

E8302 del WF ST23-SEAT-BELT.WF1 se ha creado con las instrucciones siguientes:

- SERIES E8302 = 0 ⇨ Crear serie con ceros a lo largo de toda la muestra activa
- SMPL 1983:02 1984:12 ⇨ Rango de fechas para los unos (escalón)
- E8302 = 1 ⇨ Cambiar ceros por unos a lo largo del rango anterior
- SMPL @ALL ⇨ Restaurar la muestra activa igual al rango completo del WF

Las series $D(\text{ACC}, 0, 12)$ y $\text{HAT} = -286.3980 * D(\text{E8302}, 0, 12)$ son las siguientes:



Observación 4: Los Ejemplos 1-2 indican que la ocurrencia de sucesos especiales (sucesos de intervención) puede distorsionar el aspecto de una serie temporal, provocando apariencias no estacionarias o dinámicas espurias. Un análisis de intervención sistemático, basado en el empleo de información extramuestral y en la detección de observaciones influyentes (Ejemplos 3-5), permite modelizar adecuadamente esos sucesos. Las intervenciones de tipo impulso afectan sólo a una observación y pueden incluirse en un modelo con cierta discrecionalidad. Por el contrario, las intervenciones de tipo escalón son más comprometidas y conviene justificarlas detalladamente.

EJEMPLO 3 - DETECCIÓN DE OBSERVACIONES INFLUYENTES I

En este ejemplo se considera el carácter posiblemente influyente de dos observaciones atípicas en un modelo $\text{IMA}(1,1) \times \text{AR}(1)_{12}$ con $\beta_0 \neq 0$ (modelo M2),

$$\text{M2} \quad (1 - \Phi_1 B^{12})[\nabla \ln Y_t - \beta_0] = (1 - \theta_1 B)A_t,$$

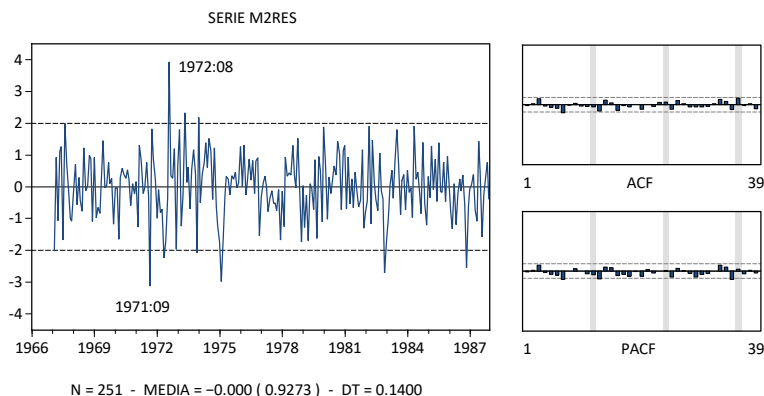
DLOG(Z) C SAR(12) MA(1)

para la serie mensual Z del WF ST21-IMP-AUJP.WF1. El modelo estimado M2 y sus residuos \hat{a}_t son los siguientes:

$$(1 - 0.2708B^{12})[\nabla \ln y_t - 0.0131] = (1 - 0.6234B)\hat{a}_t,$$

(0.0611) (0.0046) (0.0496)

$$n = 251, \hat{\sigma}_A = 0.1406, \text{AIC} = -1.0743, \text{BIC} = -1.0322.$$



Observación 5: La vista Actual,Fitted,Residual » Actual,Fitted,Residual Table de un modelo estimado con EViews es de gran utilidad para identificar las fechas exactas de sus residuos atípicos.

Con la finalidad de evaluar el grado de influencia de las observaciones correspondientes a los dos residuos atípicos indicados en el gráfico anterior, a partir del modelo M2 se plantea un modelo de intervención (modelo M2INT),

$$\begin{aligned} \text{M2INT} \quad \nabla \ln Y_t &= \beta_0 + \beta_1 \nabla X_t^{I,71:09} + \beta_2 \nabla X_t^{I,72:08} + U_t, \text{ con} \\ &(1 - \Phi_1 B^{12}) U_t = (1 - \theta_1 B) A_t, \\ &\text{DLOG(Z) C D(I7109) D(I7208) SAR(12) MA(1)} \end{aligned}$$

que incluye dos impulsos en 1971:09 y en 1972:08 asociados con los dos residuos atípicos del modelo M2 en esas fechas.

Observación 6: Para crear las series de tipo impulso I7109, I7208, ejecutar las instrucciones siguientes:

```

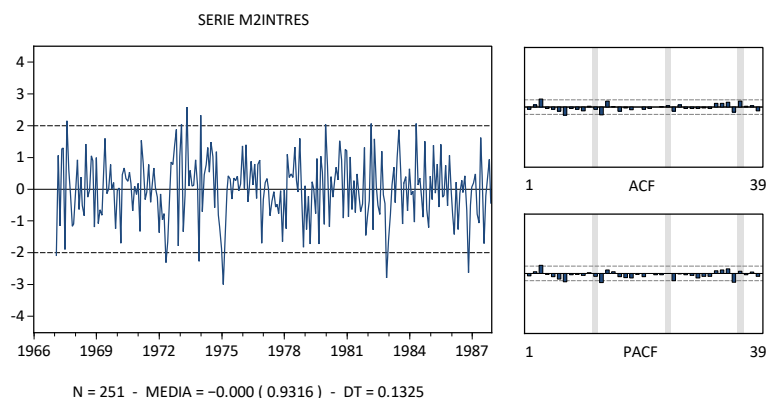
SMPL @ALL      ⇨ Igualar la muestra activa al rango completo del WF
SERIES I7109 = @YEAR = 1971 AND @MONTH = 9  ⇨ Impulso en 1971:09
SERIES I7208 = @YEAR = 1972 AND @MONTH = 8  ⇨ Impulso en 1972:08
SMPL 1966:01 1987:12  ⇨ Restaurar la muestra activa

```

El modelo M2INT estimado y sus residuos \hat{a}_t son los siguientes:

$$\begin{aligned} \nabla \ln y_t &= 0.0130 - 0.4480 \nabla X_t^{I,71:09} + 0.4574 \nabla X_t^{I,72:08} + \hat{u}_t, \\ &(0.0053) \quad (0.1132) \quad (0.1140) \\ &(1 - 0.3090 B^{12}) \hat{u}_t = (1 - 0.5649 B) \hat{a}_t, \\ &(0.0606) \quad (0.0530) \end{aligned}$$

$$n = 251, \hat{\sigma}_A = 0.1336, \text{AIC} = -1.1686, \text{BIC} = -1.0983.$$



Las estimaciones de los parámetros β_0 , Φ_1 y θ_1 no cambian significativamente con respecto a las del modelo M2, por lo que las observaciones atípicas en 1971:09, 1972:08 no parecen influyentes.

Observación 7: La transformación logarítmica de la serie original en un modelo de intervención permite interpretar las cantidades $100 \times \hat{\beta}_1, \dots, 100 \times \hat{\beta}_K$ (las estimaciones multiplicadas por 100 de los parámetros β_1, \dots, β_K asociados con las variables de intervención) como cambios porcentuales (transitorios o permanentes, según el tipo de variable) en el nivel medio general de la serie original (de manera completamente análoga al caso de un modelo de regresión lineal).

EJEMPLO 4 - DETECCIÓN DE OBSERVACIONES INFLUYENTES II

En este ejemplo se considera el carácter posiblemente influyente de dos observaciones atípicas en un modelo $AR(1) \times IMA(1,1)_{12}$ con $\beta_0 = 0$ (modelo M1),

$$M1 \quad (1 - \phi_1 B) \nabla_{12} Y_t = (1 - \Theta_1 B^{12}) A_t,$$

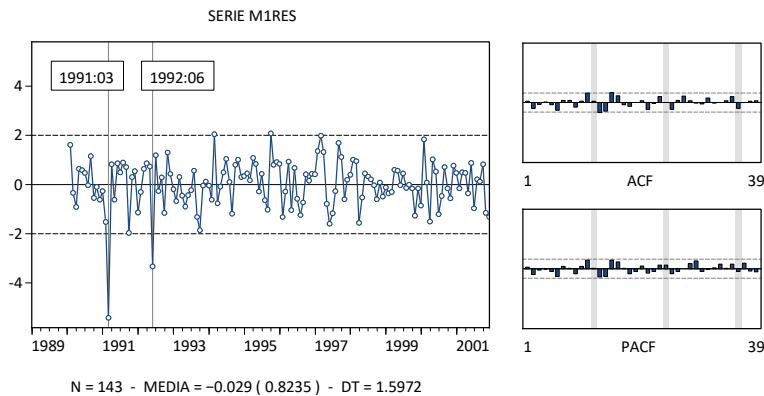
$$D(\text{TEMP}, 0, 12) \text{ AR}(1) \text{ SMA}(12)$$

para la serie mensual TEMP del WF ST14-ESTAC.WF1. El modelo estimado M1 y sus residuos \hat{a}_t son los siguientes:

$$(1 - 0.2302B) \nabla_{12} y_t = (1 - 0.9183B^{12}) \hat{a}_t,$$

$$(0.0826) \quad (0.0194)$$

$$n = 143, \hat{\sigma}_A = 1.6031, \text{AIC} = 3.7957, \text{BIC} = 3.8371.$$



Con la finalidad de evaluar el grado de influencia de las observaciones correspondientes a los dos residuos atípicos indicados en el gráfico anterior, a partir del modelo M1 se plantea un modelo de intervención (modelo M2),

$$M2 \quad \nabla_{12} Y_t = \beta_1 \nabla_{12} X_t^{I,91:03} + \beta_2 \nabla_{12} X_t^{I,92:06} + U_t, \text{ con}$$

$$(1 - \phi_1 B) U_t = (1 - \Theta_1 B^{12}) A_t,$$

$$D(\text{TEMP}, 0, 12) \text{ D}(I9103, 0, 12) \text{ D}(I9206, 0, 12) \text{ AR}(1) \text{ SMA}(12)$$

que incluye dos impulsos en 1991:03 y en 1992:06 asociados con los dos residuos atípicos del modelo M1 en esas fechas.

Observación 8: Para crear las series de tipo impulso I9103, I9206, ejecutar las instrucciones siguientes:

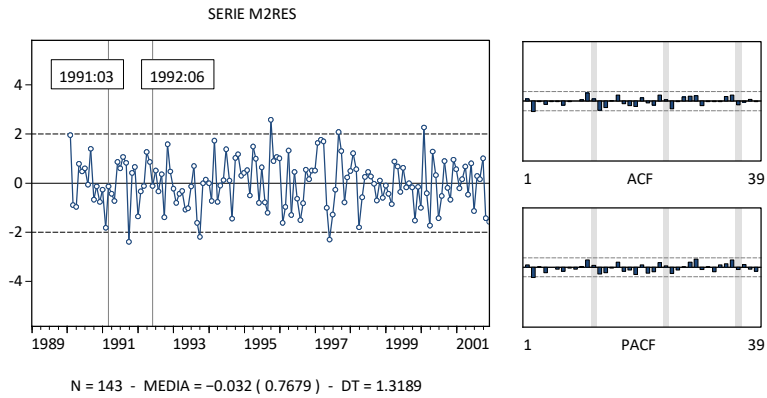
```
SERIES I9103 = @YEAR = 1991 AND @MONTH = 3  ⇨ Impulso en 1991:03
SERIES I9206 = @YEAR = 1992 AND @MONTH = 6  ⇨ Impulso en 1992:06
```

El modelo M2 estimado y sus residuos \hat{a}_t son los siguientes:

$$\nabla_{12} y_t = -8.9134 \nabla_{12} X_t^{I,91:03} - 5.4847 \nabla_{12} X_t^{I,92:06} + \hat{u}_t, (1 - 0.2575B) \hat{u}_t = (1 - 0.9158B) \hat{a}_t,$$

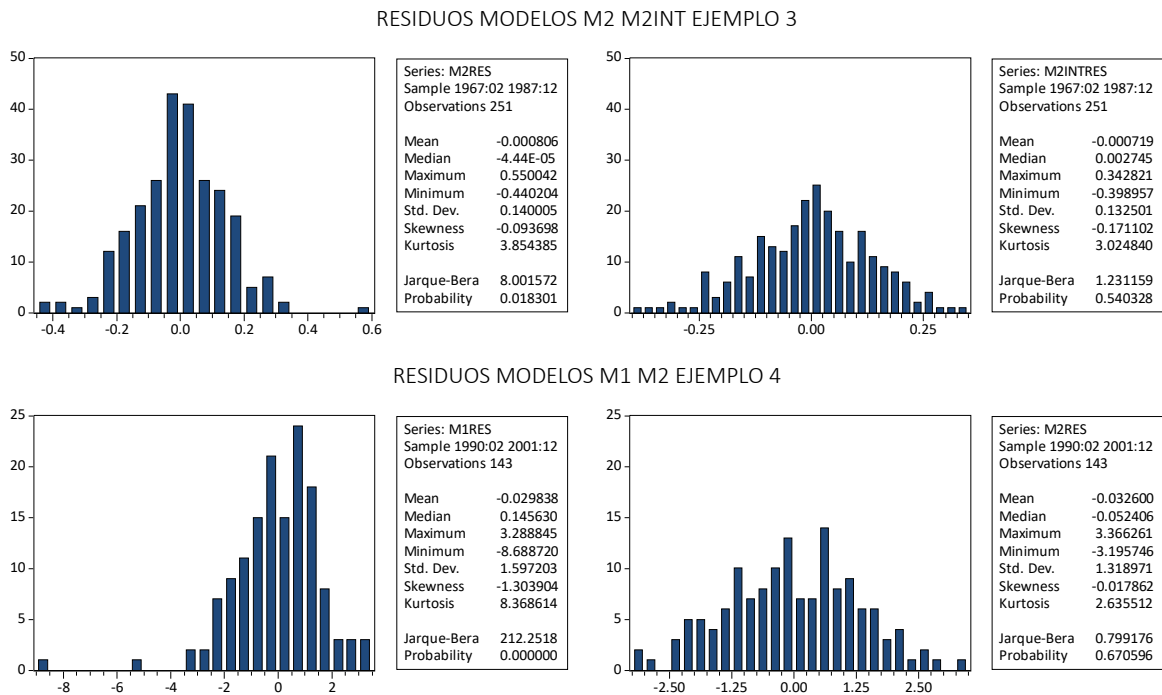
$$(1.3138) \quad (1.3021) \quad (0.0841) \quad (0.0181)$$

$$n = 143, \hat{\sigma}_A = 1.3335, \text{AIC} = 3.4411, \text{BIC} = 3.5240.$$



Las estimaciones de los parámetros ϕ_1 y Θ_1 no cambian significativamente con respecto a las del modelo M1, por lo que las observaciones atípicas en 1991:03, 1992:06 no parecen influyentes.

Observación 9: La presencia de residuos atípicos en un modelo estimado suele afectar significativamente al aspecto del histograma de la serie de residuos del modelo y al resultado del contraste de Normalidad de Jarque-Bera, como se ilustra en los gráficos siguientes referidos a los residuos de los cuatro modelos estimados en los Ejemplos 3 y 4:



EJEMPLO 5 - DETECCIÓN DE OBSERVACIONES INFLUYENTES III

En este ejemplo se considera el carácter posiblemente influyente de una única observación atípica en un modelo IMA(2,1) con $\beta_0 = 0$ (modelo M2),

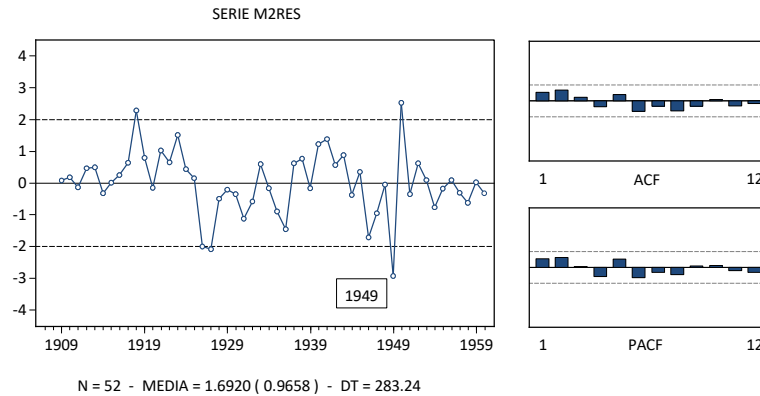
$$M2 \quad \nabla^2 Y_t = (1 - \theta_1 B) A_t,$$

$$D(\text{VENTAS}, 2) \text{ MA}(1)$$

para la serie anual VENTAS del WF ST01-PINKHAM.WF1. El modelo estimado M2 y sus residuos \hat{a}_t son los siguientes:

$$\nabla^2 y_t = (1 - 0.9756B)\hat{a}_t, \quad (0.0215)$$

$n = 52, \hat{\sigma}_A = 283.2538, AIC = 14.1496, BIC = 14.1871.$



La estimación del parámetro θ_1 (0.9756) y el error estándar correspondiente (0.0215) sugieren la posibilidad de que el término MA(1) en M2 sea no invertible, lo que implicaría reformular M2 como un simple paseo aleatorio del tipo $\nabla Y_t = \beta_0 + A_t$. No obstante, con la finalidad de evaluar el grado de influencia de la observación correspondiente al residuo atípico indicado en el gráfico anterior, a partir del modelo M2 se plantea un modelo de intervención (modelo M2INT),

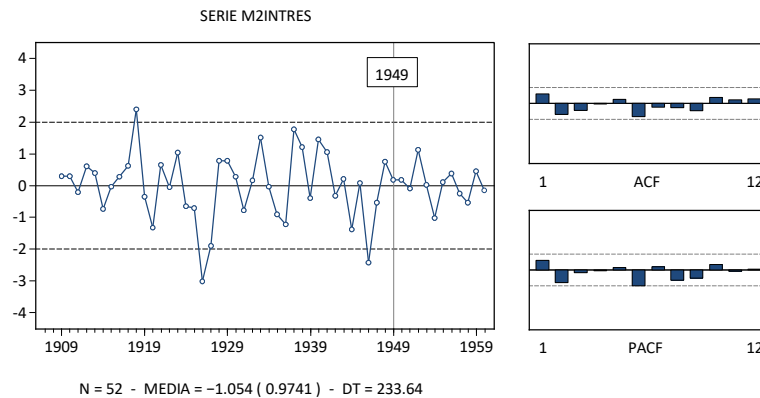
$$\text{M2INT} \quad \nabla^2 Y_t = \beta_1 \nabla^2 X_t^{I,1949} + U_t, \text{ con } U_t = (1 - \theta_1 B)A_t,$$

$$D(\text{VENTAS}, 2) D(I1949, 2) \text{MA}(1)$$

que incluye un impulso en 1949 asociado con el residuo atípico del modelo M2 en esa fecha. El modelo M2INT estimado y sus residuos \hat{a}_t son los siguientes:

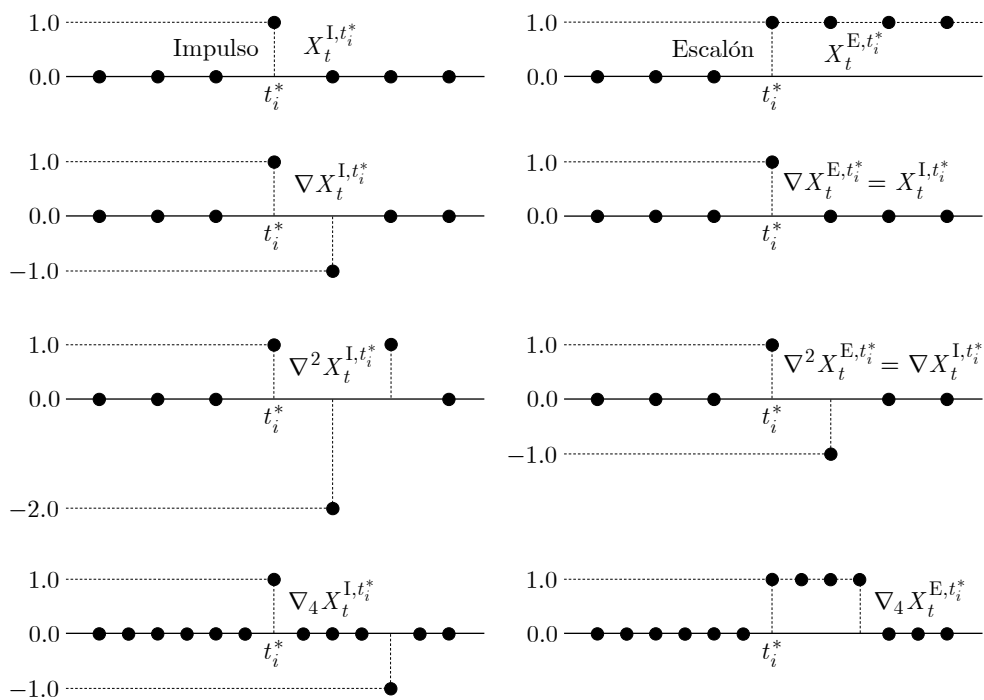
$$\nabla^2 y_t = -756.2949 \nabla^2 X_t^{I,1949} + \hat{u}_t, \hat{u}_t = (1 - 0.5773B)\hat{a}_t, \quad (134.6539) \quad (0.1149)$$

$n = 52, \hat{\sigma}_A = 235.9740, AIC = 13.8030, BIC = 13.8781.$



La estimación del parámetro θ_1 (0.5773) y el error estándar correspondiente (0.1149) indican que el término MA(1) en M2INT es claramente invertible, por lo que la observación atípica en 1949 es una observación claramente influyente. En este caso, M2INT sería un modelo preferible a M2.

DIFERENCIACIÓN DE SERIES DE TIPO IMPULSO Y ESCALÓN



OPERACIONES CON EIEWS (RESUMEN)

Introducción al Uso de EViews 4.1 (2021 J.A.M.): Sección 19 pp. 108-114.